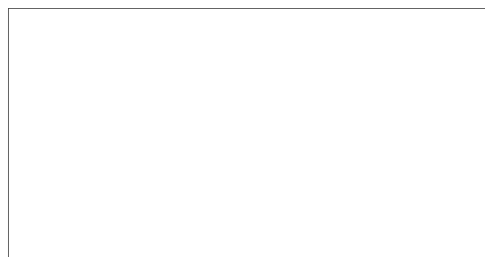


SOVROMPETROL
DIRECTIUNEA GENERALA
SERVICIUL GEODEZIC-TOPOGRAFIC

N I V E L M E N T

TRIANGULATIE ŞI GEODEZIE



STAT

1953-BUCUREŞTI

INTRODUCERE

SCOPUL măsurătorilor pământului este dublu.

- a). un scop utilitar, pentru nevoile practice impuse de tehnica în dezvoltare.
- b). un scop științific pentru a afla care este forma și dimensiunile pământului, atât în părți ale lui cât și în totalitatea lui.

Măsurătorilor terestre ne furnizează planul (graficul, lucrarea cartografică) și elementele numerice - rezultate din măsurători și calcule (distanțe, unghiuri, coordonate, etc.).

Acestea aduc pe plan etaj inginerului sau pe masa de lucru a tehnicianului - formă exactă geometrică a terenului, dându-i posibilitatea de a proiecta cu exactitate lucrările sale tehnice, de a calcula dimensiunile și elementele de aplicare pe teren a proiectelor sale.

Fără măsurători terestre, nu pot fi proiectate și executate o gamă întreagă de lucrări, cum sunt: clădiri diferite, osule, drumuri, terasamente, poduri, căi ferate, tunele, funiculare, îndigui și rectificări de albie de râuri, canale, irigații, lucrări hidrotehnice, instalații portuare, lucrări urbanistice, edilitare, miniere, geologice, petrolifere, lucrări militare, etc.

Ramurile principale ale măsurătorilor terestre sunt :

- Geodezia
- Topografia
- Fotogrametria.

Completându-se una pe alta,

Geodezia ne dă scheletul sau osatura ridicărilor pe întinderi vaste.

Topografia și fotogrametria sprijinindu-se pe triangulația geodezică, completează opera geodezică prin îndesirea punctelor geodezice și prin ridicarea detaliilor, furnizându-ne planurile necesare.

Geodezia și topografia sunt mai înrudite, mai ales din punct de vedere al instrumentelor utilizate, pe câtă vreme fotogrametria îsi are specificul său aparte, atât din punct de vedere al metodei - utilizând metoda măsurătorii terenului prin intermediul fotografierei lui, de pe pământ cu fototeodolitul, sau din avion cu camere aerofotogrametrice, precum și din punct de vedere

* 2 =

al instrumentației speciei 1 adoptată la metoda expusă.

Geodezia este știința care se ocupă cu studiul formei și dimensiunilor pământului.

Privită în întregul ei, suprafața pământului se apropie foarte mult de aceea a unui elipsoid de revoluție, ce s'ar naște din rotația elipsei meridiene în jurul axei polilor.

Dacă facem o secțiune verticală prin pământ, atunci din punct de vedere al geodezicii, distingem 3 suprafețe:

1/. Suprafața topografică reală și neregulată..

2/. Geoidul - este suprafața de echilibru a mărilor linietite, presupusă prelungită pe subcontinente.

Î se poate spune suprafața de nivel sau echipotențială.

Geoidul este o suprafață reală, dar nu are forma geometrică regulată din cauza atracțiunii ce o exercită masele terestre neuniform distribuite asupra apei mării în conformitate cu legea atracțiunii universale, combinată cu forța centrifugă rezultată din rotațiunea diurnă a pământului în jurul axei polilor.

3/. Cea de a treia suprafață este elipsoidul de referință, o suprafață nereală, pur geometrică, cunoscută matematiceste foarte bine sub ecuația elipsei meridiane.

Acest elipsoid matematic de referință, servește pentru a fixa pe el prin coordonate geografice poziția punctelor geodezice de pe teren; este un suport al sistemului de referință, pentru reprezentarea poziției relative a punctelor geodezice ale suprafeței topografice și anume prin coordonatele lor geografice pe elipsoid.

Dimensiunile elipsoidului, terestru au fost stabilite de Bessel 1841 - Klauke 1880 - Helmer 1904 - Hayford 1909 și Krasovski (URSS) 1946.

Vom arăta pe scurt, în ordine cronologică, operațiunile principale din geodezie și din topografie, cari conduc la obținerea planului, (elementul de bază fiind punctul).

Un punct geodezic P. este determinat pe elipsoidul de referință, fie prin coordonatele sale geografice pe elipsoid cari sunt longitudinea M. și latitudinea L, fie prin lungimea în metri a arcelor corespunzătoare lui M și L pe elipsoid.

./.

= 3 =

Acest punct se determină astfel :

a). Se determină prin metode astronomice, coordonatele geografice L și M , pe elipsoidul de referință ale unui punct geodezic situat departe de munți și de Malul Mării pentru a evita anomaliile de deviație a verticalei. Acest punct poartă numele de punct astronomic fundamental.

Precizia de determinarea lui este de 10 m.

În cazul triangulației noastre, punctul astronomic fundamental este la București la Observatorul Astronomic Militar din Dealul Piscului pe pilastrul de Vest al observatorului și are coordonatele geografice pe elipsoidul de referință:

- Latitudinea $L = 49^{\circ} - 34' - 38''$, 150 Nord.
- Longitudinea $M = 29^{\circ} - 0,1' - 38''$, 520 Est Greenwich.

b). Se determină cu precizie prin metode astronomice azimutul Z , al direcțiunii de referință, adică unghiul pe care-l face o direcțiune din triangulația noastră cu direcțiunea meridianului ce trece prin punctul astronomic fundamental. La noi $Z = 141^{\circ} - 14' - 59''$, 890 la punctul Cotroceni, pe orizontul punctului astronomic fundamental.

c). Se măsoară o bază în rețeaua de triangulație cu mare precizie, precum și toate unghiurile tuturor triunghiurilor rețelei și se orientează întreaga triangulație în raport cu direcțiunea meridianului punctului astronomic fundamental.

Baza măsurată împreună cu toată triangulația se reduce la nivelul mării, scurtându-se astfel toate lungimile depe suprafața topografică.

d). Prin calcule geodezice destul de laborioase, rețeaua de triangulație geodezică depe suprafața topografică este proiectată, sau transpusă pe elipsoidul de referință.

Prin această rețea de triangulație geodezică pe care o proiectăm, înțelegem punctele geodezice de ordinul I. primordiale.

Determinarea acestor coordonate geografice pe elipsoid pe cale de calcul, este mult mai precisă decât aceea a punctului astronomic fundamental.

Rețeaua geodezică de ordinul I. primordială, este formată din triunghiuri mari cu laturi de 40-60 km. reunite în formă de lanțuri de triunghiuri dirijate în direcțiunea meridianelor și paralelelor.

La noi în țară triangulația primordială este alcătuită

./.

= 4 =

din 2 lanțuri meridiane și 3 lanțuri paralele și anume :

1. Lanțul meridian central București.
2. " " West.
3. " paralel Dunăre - Sud.
4. " " Sft.Gheorghe (mijlociu) (face parte din lanțul paralel internațional de 50°).
5. " " Roman (Nord.).

Lanțul meridian central București sprijinit pe bazele București, Sft.Gheorghe, Roman și Rădăuți, servește de ax fundamental al întregului sistem de triangulație primordială a R.P.R.-ului.

În urma operațiunilor mai sus arătate se obțin o serie de puncte de ordinul I. în coordonate geografice M și L . pe elipsoidul de referință. Deci, putem reprezenta pe un elipsoid la scară aceste puncte. Acestea nu ne-ar fi de niciun folos căci nu putem construi un elipsoid atât de mare, ca să putem reprezenta pe el detaliile ulterioare ale hărții; singura soluție este de a face hărți pe foi de hârtie care sunt plane. Rezultă necesitatea de a reprezenta punctele de pe elipsoid pe un plan; cu un sistem de proiecție.

Proiecțiunea poate fi : ortografică, ortogonală, poliedrică, ortodromică (Gauss), cilindrică (Cassini), conică (Bonne sau Lambert), stereografică pe plan tangent, sau pe plan secant, etc.

În 1930, Cons.Tehnic al Cadastrului a adoptat pentru țara noastră "Proiecțiunea stereografică pe un plan secant unic", având ca punct central, punctul dat de coordonatele :

Longitudinea $M = 28^{\circ}, 21', 38", 50$ Est (Greenwich)

Latitudinea $L = 51^{\circ}, 00', 00",$ Nord și se află la

30 km. Nord de Orașul Stalin.

La baza acestei proiecțiuni stă perspectiva.

Rolul cel mai important într-o proiecțiune îl joacă alterațiunile fie totale fie regionale.

Acestea variază în funcție de alegerea poziției planului secant.

Astfel putem avea :

1/. Alterațiunea regională să varieze în concordanță cu toleranțele admise pentru erorile topografice.

2/. Alterațiunea regională în centrul hărții să fie egală cu cea dela periferie.

./.

= 5 =

3/. Alterațiunea totală la extremitatea hărții să fie nulă.

Pentru R.P.R. s'a folosit proiecția stereografică pe plan secant unic, cu alterația zero la extremitatea hărții.

În acest sistem cu originea în punctul ales la 30 km. Nord Ora ul Stalin, avem i coordonatele pozitive și negative. Pentru a înlătura acest lucru care producea destule greutăți în calcule, s'a efectuat o translație a axelor de coordonate cu câte 500.000, mutând astfel originea în Marea Adriatică, iar vechiul centru capătă coordonatele $X = + 500.000,00$.

$Y = + 500.000,00$,

având astfel orice punct al țării în coordonate pozitive.

În funcția de alterațiunea stabilită se fac calcule de reducerea distanțelor în diferite regiuni.

Odată stabilită rețeaua de geodezie de ordinul I. ale cărei puncte sunt repartizate, un punct la 300-400 km.² se trece la îndeșirea ei cu puncte de ordinul II, acestea putând fi 1,2 sau 3 în interiorul unui triunghi de ordinul I. deci în medie 1 punct/150-200 km.p. și au între ele 10-20 km.

Rețeaua de ordinul II. este îndeșită cu puncte de ordinul III. depărtate între ele cu 5-10 km. deci 1 punct la 50 km.p. (circa 20 puncte în interiorul unui triunghi de ordinul I.).

De acum înainte, topografia începe să apară, executând cea zisa triangulație geodezică inferioară, în care nu se mai ține seama de curbura pământului.

Astfel îndeosebi triangulația de ordinul III. cu puncte de ordinul IV, având distanțele între ele de 1-3 km., revenind în medie 1 punct/1 km.p. și apoi, cu puncte de ordinul V. situate la 500-1000 m. între ele.

În momentul când avem determinată și materializat pe teren întreaga rețea de triangulație de la ord. I - ord. V. se poate trece la ridicările în plan topografic ale detaliilor, pentru a putea întocmi harta unei țări.

Se pot face lucrări de ridicări și fără a avea triangulație de ordin superior, dar aceste ridicări sunt locale, fără control și nu se pot integra în sistemul general geodezic.

Topografia este tiința cu ajutorul căreia putem culege de pe teren măsuri liniare și unghiulare, cari măsuri coordonate într'un mod judicios, permit prin utilizarea unor

./.

= 6 =

semne convenționale, a defini forma exactă a unei porțiuni de pământ.

Metodele folosite în topografie sunt :

- metoda triangulației
- " intersecției
- " drumului
- " coordonatelor polare (radieri)
- " " rectilinii (ridicări cu echerul).

Factorii care hotărăsc metoda sau metodele ce urmează să fie adoptate la ridicarea unui teren sunt : mărimea suprafeței, forma terenului, vizibilitatea, obstacolele, accidentele topografice, instrumentele de care dispune și preferința operatorului.

Datele culese pe teren sunt trecute apoi la birou, unde se calculează, se determină poziția precisă a fiecărui punct prin coordonate și apoi la o scară anumită, care depinde de precizia cu care se cere a fi executată lucrarea, se trece la raportarea pe plan a tuturor punctelor ridicate.

Prin unirea lor, se determină planimetria, iar prin filarea curbilor de nivel, determinate prin cote, se determină altitudinea lor.

Astfel, se încheie întreaga gamă de lucrări geo-topografice al cărui scop final este obținerea planului topografic, pe care apoi să se studieze și proiecteze toate lucrările.

Ing.A.Mihail.

- 6 - bis

P A R T E A I

N I V E L M E N T

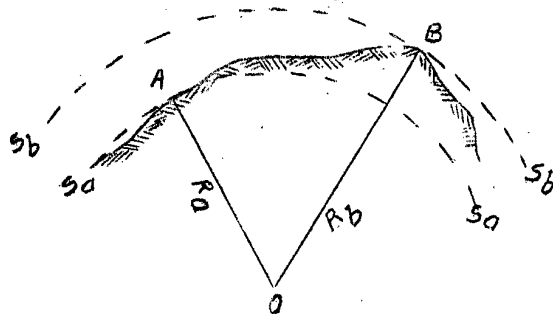
= 7 =

N I V E L M E N TCAPITOLUL I.Definiții, scop, noțiuni de bază, metode, clasificare.A. DEFINITII.a). Altitudine.

Dacă se consideră pământul ca fiind sferic și nu elipsoid de revoluție, cum este în realitate - "altitudinea" (cota) unui punct este distanța măsurată pe verticală dela acel punct la suprafața sferică a nivelului mării, presupusă prelungită pe sub continente.

b). Diferență de nivel.

Fie două puncte diferite A și B, situate pe suprafețele de nivel S_a și S_b ce au drept raze de curbură respectiv R_a și R_b .



"Diferența de nivel" între două puncte diferite, A și B, este diferența razelor R_a și R_b ale celor două suprafețe sferice de nivel S_a și S_b , duse prin punctele considerate A și B.

$$\Delta H = R_b - R_a$$

B. SCOPUL NIVELMENTULUI,

constă în determinarea diferenței de nivel dintre două puncte, luându-se totdeauna ca bază de plecare unul din aceste puncte.

Dacă punctul de bază are altitudinea (cota) cunoscută, odată cu determinarea diferenței de nivel se determină și cota celui de al doilea punct.

C. GENERALITATI SI NOTIUNI DE BAZA

În determinarea cotelor și a diferențelor de nivel dintre puncte, se pornește dela premiza sfericității pământului și dela ideea imaginării unor suprafețe paralele cu suprafața pământului, pe care sunt situate punctele considerate.

În cadrul acestei concepții generale, noțiunile de bază cele mai uzitate sunt următoarele :

a.- Suprafață de compensație.

Altitudinea unui punct, măsurată pe verticala ce trece prin punctul considerat, este limitată de o "suprafață de compensație"

= 3 =

pe care se găsesc situate: de altfel, toate punctele ce au aceeași altitudine ca punctul nostru.

Această suprafață se mai numește și "suprafață de nivel".

b.- Suprafață de comparație este acea suprafață de nivel față de care se măsoară altitudinile (cotele) punctelor dintr-o regiune. Ea este, în general, suprafața nivelului mediu al mării; presupus ca fiind prelungit pe sub continente.

Această suprafață de comparație, variază de la țară la țară, luându-se ca bază, nivelul mării celei mai apropiate de regiunea respectivă.

Astfel, în R.P.R. și U.R.S.S. se ia, ca suprafață de comparație, nivelul Mării Negre; în țările de pe țărmul Mării Mediterane, se ia ca bază nivelul acestei mări, etc.

De reținut, că între nivelul acestor mări există diferențe de altitudine.

Măsurarea nivelului mărilor se face cu aparate speciale: maregraful sau mediamaremetrul.

c.- Suprafața topografică este suprafața neregulată, dar reală, a terenului.

d.- Punct de nivel.

Orice punct situat pe o suprafață de nivel, care poate fi sau suprafața liniștită a mării sau orice plan paralel cu aceasta, se numește "punct de nivel".

Punctele de nivel de pe suprafața mării au cota zero. Punctele de nivel situate pe alte suprafețe de nivel decât suprafața mării, au cote diferite de zero.

e.- Verticala locului, în topografie, este normala la suprafața mării liniștite, ce trece prin punctul considerat.

Această direcție a normalei ne este dată de direcția firului cu plumb, datorită gravitației pământului.

În munți se face simțită o deviație magnetică a direcției firului cu plumb față de normală, însă această deviație este atât de mică, încât se ține seama de ea numai în cadrul lucrărilor geodezice de înaltă precizie.

f.- Nivelul aparent al unui punct este planul perpendicular pe verticala locului, în punctul considerat.

g.- Nivelul real sau adevărat al unui punct este suprafața de nivel paralelă cu nivelul mării - presupus prelungit pe sub continent - și care suprafață trece prin punctul considerat.

Toate aceste noțiuni sunt reprezentate în figura de mai jos :

= 9 =

O : (centrul pământului.)

Sc: Suprafața de comparație

Sb, Sa: suprafețe de nivel sau de compensație.

Sr, suprafața topografică

Po, A, B : puncte de nivel

(Po are cota 0)

BO: verticala punctului B.

Ao: verticala punctului A.

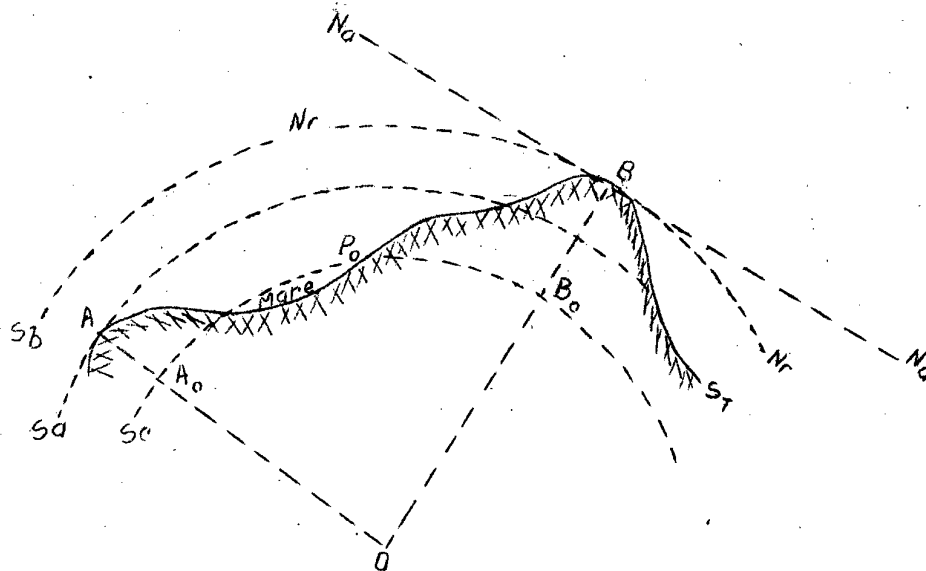
Na: nivelul aparent al punctului B.

Nr: nivelul real al punctului B

AAo: altitudinea punctului A.

BB0: altitudinea punctului B.

BB0 - AAo: diferența de nivel dintre punctele B și A.



1. Nivelment
terestru
I. Nivelment
geometric
(direct)

I/A
Nivelment
geometric
de înaltă
precizie

- (- Obiect: Dezvoltarea rețelei de nivelment principal.
- (- Se întinde pe mai multe țări și se dezvoltă dealungul râurilor, căilor de comunicație internaționale.
- (- Se execută după o tehnică specială și cu compensări speciale.
- (- Ține seama de curbura pământului și de aplatismul geoidului.

- (a. Nivelm. ord. I. (Maxim. de precizie ± 1 mm/km.
- (b. " ord. II. (Se aplică pe rețele de 500-800 km.
- (c. " ord. III. (Max. de precizie ± 2 mm.
- (- Se aplică pe rețele de 200-400 km.
- (- Max. de precizie $\pm 3-5$ mm/km.
- (+ Se aplică pe linii poligonale închise sau deschise (traverse sprijinite pe rețele de ord. I. și II). Lungimea liniei max. 100 km.

I/B.
Nivelment
geometric
de precizie

- (- Cu duble vize și vize egale.
- (- Cu precizie 5-8 mm./km.
- (- Se aplică în poligoane închise și pe el se sprijină proiectarea lucrărilor de șosele, căi ferate, centrale hidraulice, irigații, etc.

I/c.
Nivelment
geometric
de detaliu

- (- Are ca scop executarea secțiunilor de detaliu.
- (- Se desfășoară pe lungimi 1-10 km.
- (- Precizia 10-20 mm./km.
- (- Aici intră nivelmentul profilelor transversale pentru șosele, căi ferate, etc.

II. Nivelment		Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/16 : CIA-RDP80T00246A066400010006-8	
trigono- metric	nivelment	trigono-	- Utilizează vize reciproce la cele 2 ape-
	metric	metric	- Nu poate fi utilizat la lucrări de ordin
	pt. trian- gulație	gulație	- general ca: tunele, căi ferate, canale, etc.
			- Poate da erori de metri.
			- Merge până la 10-30 km.
	III/B		
(indi- rect)	Nivelment		- Pentru vize mici
	trigono- metric pt. detalii		- Se dezvoltă după metoda drumuirii sau a radierii.
	tachio- metrie)		
III. Nivelment			
fotogra- metric	III/A.		- Prin metode de aerotriangulație.
	Nivelment		- Se aplică pentru rețele și linii poligo- nale de 10-15 km.
	fotograme- tric pt. triangu- lații		- Precizia lui este strâns legată de metoda stereofotogrametrică, adoptată pentru executarea aeronivelmentului, precum și de precizia aparatului de res- tituție.
			- Este necesar ca nivelment general de repe- raj și control.
	III/B		
	Nivelment		- Nivelmentul numeric sau grafic, rezultat din desfășurarea metodei de fotorestitu- ție folosită.
	fotograme- tric de detaliu		- Se aplică pt. distanțe mici (max. 1 km.) și se sprijină pe nivelmentul de reperaj și control.
			- Pentru teren accidentat se întrebuintează fotograme terestre; pentru câmpii și pla- touri, fotograme aeriene.

- IV. Nivelment
barometric. { - Procedee expeditivă și mai puțin
precise.
- Pentru lucrări de recunoașteri terestre, cercetări geografice și militare, în vederea întocmirii de schițe și crochiuri topografice.
- Diferența de înălțime între două puncte se determină măsurându-se presiunea atmosferică în fiecare din ele, cu ajutorul barometrului sau termometrelor speciale.

- V. Nivelment prin radar { - Apărut de curând. Cel mai nou și mai rapid procedeu.

2. Nivelment nautic.

3. Nivelment minier

NIVELMENTUL TRIGONOMETRIC (indirect).

• / •

$$= 14 =$$

Însă $AoB' = AB_0 = D$, deci :

$$B_s B' = D \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Înlocuindu-l în formula lui H, obținem :

$$H = D \operatorname{tg} \alpha + I_i - I_s.$$

Așa dar :

$$\text{Cota } B = \text{Cota } A + D \cdot \operatorname{tg} \alpha + I_i - I_s.$$

Deci : - Cotele A și B sunt totdeauna pozitive;
 - Termenul $D \cdot \operatorname{tg} \alpha$ are semnul + sau -, după semnul unghiului α
 - Aceste relații sunt valabile numai în cazul când asimilăm suprafețele de nivel (sferice) ale punctelor A și B cu niște planuri orizontale, aproximație tolerabilă numai pentru distanțele din plan mai mici decât 500 metri.

2/. Calculul diferențelor de nivel.

a). Reducerea distanțelor la orizont.

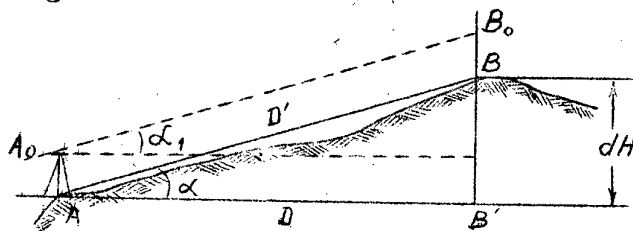
- În formulele pentru aflarea lui H, termenul $D \cdot \operatorname{tg} \alpha$ presupune cunoașterea factorului D, adică a distanței AB redusă la orizont.

Pe teren, se măsoară distanța între punctele A și B:

- fie direct: cu firul.
- fie indirect: cu un mijloc optic.

Reducerea distanțelor la orizont se face după modul cum au fost măsurate în teren.

b). Pentru cazul măsurării directe cu firul, modul de reducere a distanței la orizont, se deduce din relațiile dintr'un triunghi dreptunghi.



Dacă avem teodolitul în punctul A și vizăm cu firul median orizontal în punctul B₀ (AA₀ fiind egală cu BB₀), vom citi pe cercul vertical unghiul α_1 , care este egal cu unghiul de pantă α deoarece laturile acestor unghiuri sunt paralele.

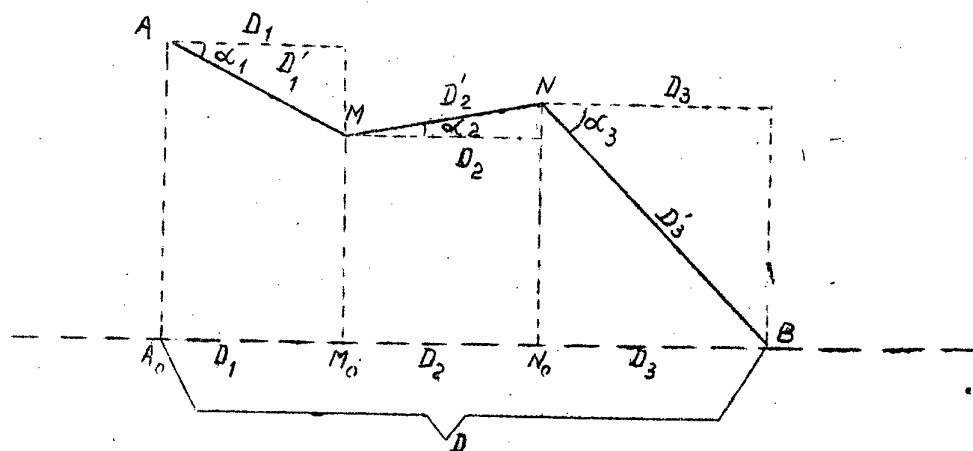
Distanța AB (D') se măsoară pe teren cu firul, întinzând firul o singură dată dacă $AB < 100$ m., - sau întinzând firul de câte ori este necesar, pe o pantă uniformă.

Din triunghiul dreptunghiu BAB', deducem formula pentru calcularea distanței reduse la orizont:

$$D = D' \cdot \cos \alpha$$

=15 =

b). In cazul când distanțele trebuiesc măsurate frânt, din cauza schimbării unghiului de pantă între punctele A și B, în punctele M și N (traseul A, M, N, B, trebuie să se găsească încă în același plan vertical).



- D'_1, D'_2, D'_3 , sunt distanțele AM, MN, NB, măsurate direct pe teren.

- D_1, D_2, D_3 , sunt distanțele D'_1, D'_2, D'_3 , reduse la orizont.

- $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, sunt unghiurile de pantă respective ale vizelor AM, MN, NB.

$$D_1 = D'_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$D_2 = D'_2 \cdot \cos \alpha_2$$

$$D_3 = D'_3 \cdot \cos \alpha_3$$

$$D_1 + D_2 + D_3 = D'_1 \cdot \cos \alpha_1 + D'_2 \cdot \cos \alpha_2 + D'_3 \cdot \cos \alpha_3$$

$$\text{Însă } D_1 + D_2 + D_3 = D$$

Deci :

$$D = \sum D' \cos \alpha$$

c). Calculul diferenței de nivel dH , când distanța între punctele A și B se măsoară cu firul.

Din triunghiul BAB' (pct.b), avem :

$$dH = D \cdot \tan \alpha$$

D fiind distanța redusă la orizont, - sau :

$$dH = D' \cdot \sin \alpha$$

D' fiind distanța măsurată cu firul pe teren.

- Exemplu.

Să se afle diferența de nivel dintre punctul A și

= 16 =

punctul B, cunoscând următoarele elemente :

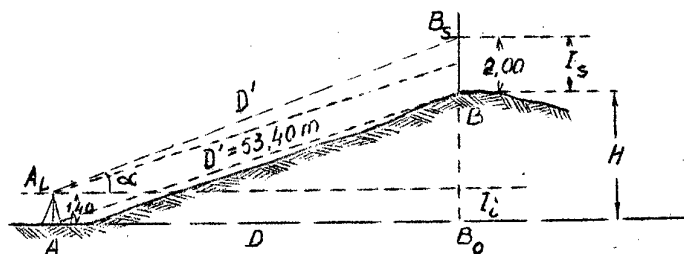
- $AB = 53,40$ m., (măsurat cu firul).
 - Unghiul vertical α măsurat din A spre B, la înălțimea
 aparatului = $+ 3^{\circ} 40' 50''$.

- Înălțimea semnalului din B = $2,00$ m. = I_s .

- Înălțimea aparatului din A = $1,40$ m. = I_i .

Rezolvare :

Concretizând elementele date, se obține figura :



$$H = D \cdot \operatorname{tg} \alpha + I_i - I_s$$

$$D = D' \cdot \cos \alpha$$

Vom avea deci : $D = AB \cdot \cos \alpha$

$$D = 53,40 \cdot 0,998570 = 53,32 \text{ m.}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = + 0,053537$$

$$\Delta H = 53,32 \times 0,053537 = + 2,85$$

$$H = +2,85 + 1,40 - 2,00$$

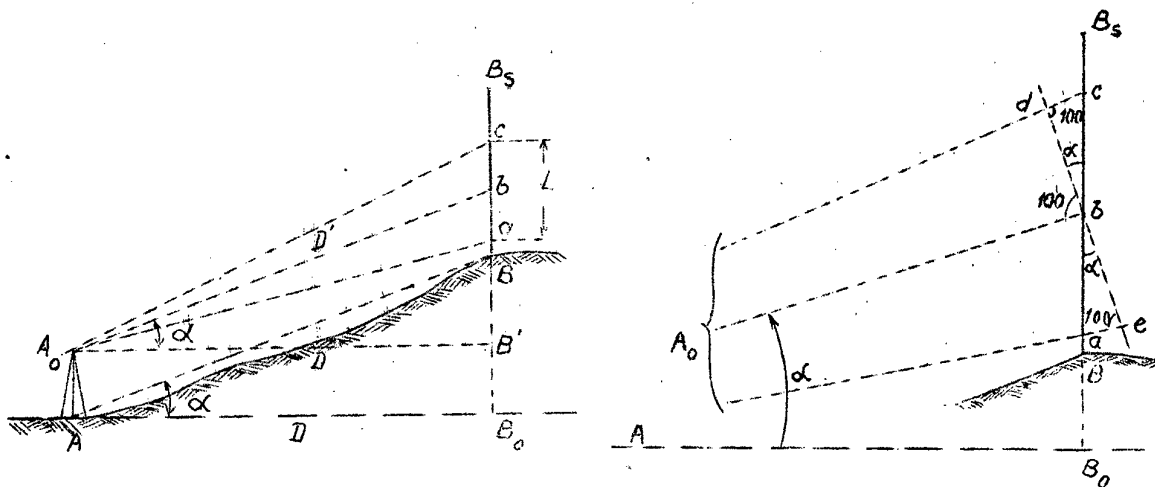
$$H = +2,25 \text{ m.}$$

A B-

Pentru control valorii $\Delta H = D \cdot \operatorname{tg} \alpha = 2,85$ m., vom folosi
 formula $D' \sin \alpha = 53,40 \times 0,053460 = + 2,85$ m.

B/. Reducerea la orizont a distanțelor măsurate cu mira.

Acest caz se concretizează în figura de mai jos :



În această figură, BB_s este mira, pe care firul orizon-

tal mediu al lunetei se proiectează în h. iar $AA' = BB'$.

= 17 =

Gradațiunile de pe miră, cuprinse între a și c, reprezintă distanța citită pe miră și o însemnăm cu L.

Pentru a afla distanța adevărată $D' = AB$, trebuie, conform principiului stadimetric, ca viza A b să fie perpendiculară pe mira BB', în punctul b. Această condițiune nu este îndeplinită în cazul măsurătorii distanței pe o pantă, deoarece mira se ține verticală (cu ajutorul firului cu plumb), adică dirijată pe normala punctului B.

Rezultă că distanța citită pe miră = L, este mai mare decât D' , deoarece a c este oblic pe direcția A₀b.

Pentru a stabili mărimea ed, care ne dă distanța AB, vom urmări figura mărită a poziției mirei, în care avem :

$\triangle a b e = \alpha$, având laturile perpendiculare :

$$\begin{aligned} Aob &\perp b e \\ ABo &\perp a b \end{aligned}$$

$\triangle a b e = \triangle c b d$ (puse la vârf), iar triunghiurile b c d și b c a sunt dreptunghice.

Deci putem scrie :

$$\begin{aligned} d b &= c b \cdot \cos \alpha \\ b e &= b a \cdot \cos \alpha \end{aligned}$$

$$d b + b e = c b \cdot \cos \alpha + b a \cdot \cos \alpha = \cos \alpha (c b + b a)$$

Insemnând (cb+ba) cu L (distanța citită pe stadie), iar (db+be) cu D' (corespunzătoare gradațiunei de), avem: $D' = L \cdot \cos \alpha$

Înlocuind această valoare în formula

$$D = D' \cdot \cos \alpha,$$

avem :

$$D = L \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha = L \cdot \cos^2 \alpha$$

Deci, pentru a obține distanța redusă la orizont, în cazul măsurătorii cu mira vom înmulți distanța (L) citită pe mira verticală, cu $\cos^2 \alpha$.

La citirea distanței pe miră, firul median orizontal trebuie să se proiecteze pe miră la o gradațiune egală sau foarte apropiată de înălțimea instrumentului.

e). Calculul diferenței de nivel ΔH , când distanța este măsurată indirect.

- Cunoscând distanța redusă la orizont D, diferența de nivel, ΔH va fi :

$$\Delta H = D \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

- Pentru a calcula diferența de nivel, fără să mai reducem distanța la orizont, putem folosi distanța citită pe mira verticală, astfel :

În formula $\Delta H = D \cdot \operatorname{tg} \alpha$, înlocuim pe D cu $L \cos^2 \alpha$

./.

$$= 13 =$$

și avem

$$\Delta H = L \cdot \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = L \cos^2 \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Deci $\Delta H = L \cdot \sin \alpha \cos \alpha$

Plecând de la această formulă, unii constructori au realizat mire speciale ce dau direct pe D în funcție de α

- Exemplu:

Să se afle distanța redusă și diferența de nivel dintre punctul A și punctul B, cunoscând următoarele elemente:

$$L = 53,47 \text{ m. (măsurat cu mira)}$$

$$\alpha \text{ din A spre B} = + 3^\circ 40' 50''$$

$$I_i = 1,40 \text{ m.}$$

$$I_s = 2,00 \text{ m.}$$

Rezolvare:

$$H = D \cdot \operatorname{tg} \alpha + I_i - I_s$$

$$D = L \cos^2 \alpha$$

$$D = 53,47 \cdot 0,997142 = 53,32 \text{ m.}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = + 0,053537$$

$$\Delta H = D \cdot \operatorname{tg} \alpha = 53,32 \cdot 0,053537 = + 2,85$$

Diferența de nivel ΔH se poate calcula și cu formula:

$$\Delta H = L \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = 0,05339$$

$$\Delta H = 53,47 \times 0,05339 = + 2,85$$

$$H = + 2,85 + 1,40 - 2,00$$

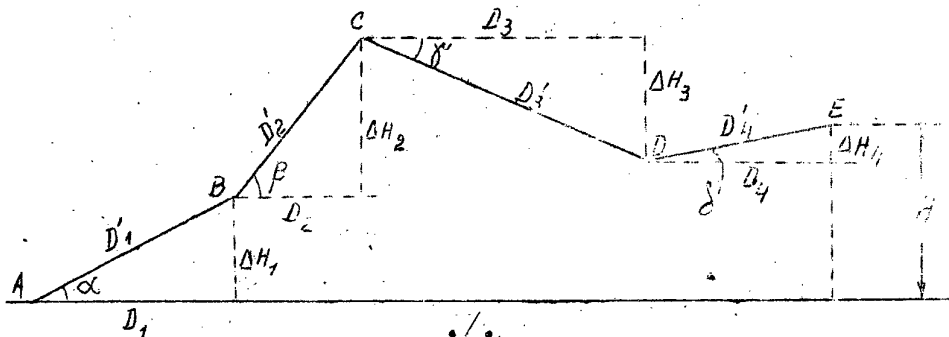
$$H = + 2,25 \text{ m.}$$

3/. Metode. Metoda prin drumuire.

În cazul nivelmentului indirect între două puncte apropiate, se pot întrebuiți două metode: - Metoda prin drumuire și - Metoda prin radiere.

Metoda prin drumuire constă în determinarea diferențelor de nivel dintre o serie de puncte succesive, pornind dintr'un punct de cotă cunoscută și mergând din punct în punct până la punctul de capăt al drumuirii, deasemeni de cotă cunoscută.

Schematic, în plan vertical, metoda se prezintă astfel:



= 19 =

$$\begin{aligned} \text{cota } E &= \text{Cota } A + H \\ H &= \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4 = \sum \Delta H \end{aligned}$$

$$\Delta H_1 = D_1 \cdot \text{tg.} \alpha + I_1 - I_s, \text{ în care } D_1 = D'_1 \cdot \cos. \alpha$$

Celelalte valori ΔH se calculează în mod analog.

De notat că $\Delta H_1, \Delta H_2$, etc. se ia fiecare cu semnul algebric respectiv.

La rândul lor, cotele punctelor B, C, D, se pot deduce din cotele punctelor precedente; de exemplu:

$$\text{Cota } B = \text{cota } A + \Delta H_1; \text{ Cota } C = \text{cota } B + \Delta H_2 = \text{Cota } A + \Delta H_1 + \Delta H_2;$$

- Condițiunile aplicării acestei metode sunt :

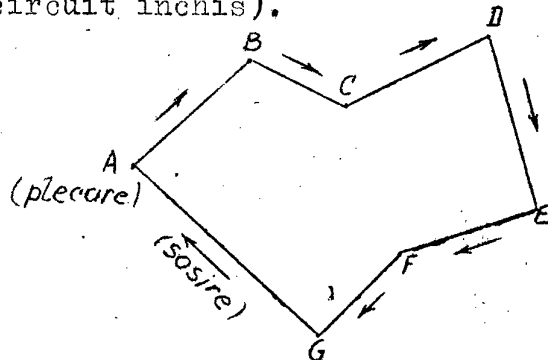
- Punctele succesive A, B, . . . E, să fie neapărat staționabile și staționate, pentru a putea forma un lanț neîntrerupt.

- Punctele de plecare și de sosire (A și E), adică dela capetele drumuirii, să aibă cote cunoscute.

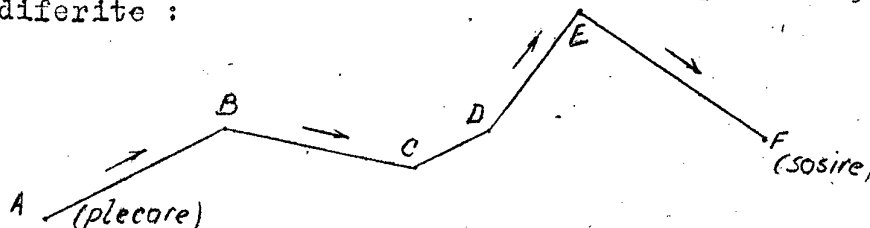
În plan orizontal, traseul drumuirii se poate prezenta oricum.

În ce privește punctul de plecare și de sosire al unei drumuri, se pot prezenta două cazuri:

- Cazul drumuirii închise, plecând și ajungând pe același punct (circuit închis).



- Cazul drumuirii în care punctele de plecare și de sosire sunt diferite :



Practic, în teren se procedează astfel :

- Se rectifică perfect aparatul, în special nivelele de calare, nivela eclimetrului.

- Se pune teodolitul în stație exact în punctul A și se calează, după care i se măsoară înălțimea I_1 și se înscrie în carnet pe linia punctului A. Se măsoară, totodată, înălțimea semnalului, I_s , din punctul A, dela bază până la fluture, pentru a servi la viza inversă ce se va da din B spre A.

./.

- Se măsoară din A spre B unghiul de pantă α , cu luneta direct și peste cap, citind la ambele verniere în ambele poziții ale lunetei. Se notează înălțimea la care s'a citit în punctul B. Se măsoară de asemenea distanța D, dela A la B, fie cu firul, fie cu stadia. Când se măsoară cu firul, este obligatoriu ca distanța să fie luată și cu mira, spre a se elimina posibilitatea greșelilor de metri.

- Se mută aparatul din A în B, semnalul din A plantându-se la locul său în punct.

- În punctul B se măsoară înapoi unghiul de pantă spre A și distanța, numai cu mira, dela B la A.

- Se măsoară Ii în B, precum și Is din B, aceasta din urmă pentru a servi în calculele vizelor dela A spre B și dela C spre B.

- Se dă viză înainte din B spre C, măsurându-se unghiul de pantă B. Se măsoară distanța BC cu firul și cu mira.

- Se mută aparatul mai departe în C, în D, etc., până la punctul de capăt al drumuirii, procedându-se analog. Din punctul de capăt se dă viza și distanța numai înapoi.

De notat că trebuiesc respectate neapărat următoarele reguli de lucru, deja amintite mai sus, fără de care precizia lucrului poate fi compromisă:

a.- Totdeauna unghiurile de pantă, precum și distanțele la miră, se măsoară atât înainte cât și înapoi.

b.- Totdeauna, la aparat se citește cu luneta direct și peste cap, la ambele verniere.

Inregistrarea datelor măsurate în teren se face în formulele folosite pentru tachimetrie, de modele variate. Unul dintre ele este următorul (partea I-a):

SCHITA	Stația	Punct	Cercul	Cercul	Distanța	Is
	Ii	vizat	orizont	vertical	(m)	
					stadie fir.	

- În coloana "Stația Ii" se înscrie numărul stației și înălțimea instrumentului.

- În coloana "Punct vizat" se înscriu punctele vizate.

= 21 =

- In coloana "Cercul vertical" se înscriu cele 4 citiri pentru unghiul de pantă, cu semnul respectiv.

- In coloana "Distanțe" se înscrie sus distanța la miră, iar dedesubt distanța la fir.

- In coloana Is, se înscrie înălțimea semnalului.

In fiecare stație, în coloana "Schița" se face reperajul punctului de stație.

Calculul drumuirii se face în birou, pe a doua parte a formularului folosit pentru tachimetrie, de tipul :

Unghiul vertical,	Distan- țe redu- se	Orien- tări	Dif. de nivel	Cota punctu- lui	etc.
----------------------	---------------------------	----------------	------------------	------------------------	------

- Se face media unghiurilor de pantă din coloana "Cercul vertical", pentru fiecare viză și se înscrie în coloana "Unghiul vertical", cu semnul respectiv.

- Se compară, valoarea distanței măsurate cu firul cu valorile distanței măsurate cu mira. Dacă diferența este tolerabilă, se ia distanța la fir, i se aplică corecțiile necesare, apoi se reduce după formula :

$$D = D. \cos \alpha,$$

înscrindându-se distanța D în coloana "Distanțe reduse".

Dacă distanța s'a măsurat numai la miră, se ia media distanțelor măsurate înainte și înapoi, cu corecțiile respective, reducându-se după formula :

$$D = L. \cos.^2 \alpha$$

In cazul când nu se face concomitent cu drumuirea de nivelment și drumuirea planimetrică, distanța măsurată la miră nu se mai reduce.

- Se calculează diferențele de nivel după formulele:

- în cazul măsurării cu firul :

$$H = D. \operatorname{tg} \alpha + I_i - I_s, \text{ sau}$$

$$H = D' \sin \alpha + I_i - I_s,$$

- iar în cazul măsurării cu stadia :

$$H = D. \operatorname{tg} \alpha + I_i - I_s, \text{ sau}$$

$$H = L. \sin \alpha. \cos \alpha + I_i - I_s.$$

D' fiind distanța măsurată cu firul, L distanța măsurată cu mira, iar D distanța redusă la orizont.

- Se face media diferențelor de nivel găsite pentru viza înainte (din A spre B) și pentru viza înapoi (din B spre A), iar aceste medii se înscriu în coloana "diferențe de nivel", cu semnul vizei înainte.

- Se înscrie cota punctului de plecare al drumuirii, în coloana "Cota Punctului", după care se adună succesiv, cu semnele respective, diferențele de nivel parțiale.

= P2 =

În final ar trebui :

- Să se obțină cota punctului de plecare, în cazul unei drumuirii închise și cotele punctelor intermediare,
- Să se obțină cota punctului de capăt al drumuirii, în cazul unei drumuirii între două puncte diferite și cotele punctelor intermediare.

Diferența care se constată între cota de sosire a drumuirii și cota definitivă pe care ne închidem drumuirea, este eroarea de închidere .

Dacă eroarea de închidere este mai mică decât toleranța admisă prin caietul de sarcini, această eroare se repartizează proporțional cu distanțele dintre puncte, efectuându-se compensarea care trebuie dată fiecărei diferențe de nivel calculate.

Calculul compensării se face astfel :

- Se calculează eroarea pe unitatea de distanță, după formula :

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon \Delta H}{\sum D}, \text{ în care :}$$

ϵ_0 este eroarea unitară;
 $\epsilon \Delta H$ este eroarea de închidere;
 $\sum D$ este suma distanțelor de pe desfășurarea drumuirii.

- Se schimbă semnul lui ϵ_0 , devenind corecție unitară = $C_0 \Delta H$.
- Se înmulțește $C_0 \Delta H$ succesiv cu distanțele AB, BC, etc. găsindu-se corecțiile corespunzătoare diferențelor de nivel dintre aceste puncte : $C \Delta H_{A \rightarrow B}$, $C \Delta H_{B \rightarrow C}$, etc.
- Se adaugă aceste corecții $\Delta H_{A \rightarrow B}$, etc. la diferențele de nivel respective: $\Delta H_{A \rightarrow B}$, etc.
- Se însumează din nou, la cota punctului de plecare, diferențele de nivel astfel corectate, găsindu-se cotele punctelor intermediare și ajungând, în final, exact peste cota punctului de capăt al drumuirii :

$$\text{Cota B} = \text{Cota A} + \Delta H_{A \rightarrow B}$$

$$\text{Cota C} = \text{Cota B} + \Delta H_{B \rightarrow C} = \text{Cota A} + \Delta H_{A \rightarrow B} + \Delta H_{B \rightarrow C}$$

$$\text{Cota E} = \text{Cota D} + \Delta H_{D \rightarrow E} = \text{Cota A} + \sum \Delta H$$

- Se menționează că mai există o variantă a drumuirii în cazul nivelmentului trigonometric dintre două puncte apropiate. Deosebirea acestei variante constă în faptul că nu se mai staționează succesiv în toate punctele traseului, ci se sare din două în două puncte, staționându-se în A, C, E, etc. și sărind peste B, D, etc. - măsurând totuși unghiurile de nivel și distanțele la punctele sărite.

./.

= 21 =

Metoda se cheamă drumuire prin stații sărite și este folosită în cadrul lucrărilor expeditiv de nivelment, care nu implică o precizie prea mare. Toate celelalte reguli și procedee expuse pentru drumuirea obișnuită, rămân valabile, și pentru această variantă.

4/. Metoda prin radiere.

Această metodă constă în determinarea diferenței de nivel dintre un punct de cota cunoscută (staționabil) și alt punct de cotă necunoscută (nestaționabil sau greu accesibil) staționând deci numai în punctul de plecare.

Atât teoria, cât și practica și calculul metodei, sunt identice cu considerațiunile expuse în acest capitol pentru cazul drumuirii limitate numai la operațiunile care se fac din punctul de plecare A pentru determinarea punctului succesiv B.

B fiind punctul radiat, vom avea :

$$\begin{aligned} \text{Cota } B &= \text{Cota } A + H, \text{ în care} \\ H &= D \cdot \text{tg. } \alpha + I_i - I_s. \end{aligned}$$

B.- Nivelmentul trigonometric între două puncte depărtate.

(nivelment geodezic)

1). GENERALITATI

În cazul când punctele între care trebuie să se facă nivelmentul sunt depărtate între ele mai mult decât 500 metri, formulele stabilite la cap. II/A pct. 1 nu mai sunt integral valabile, deoarece de astă dată trebuie să considerăm punctele ca fiind situate pe sferoid.

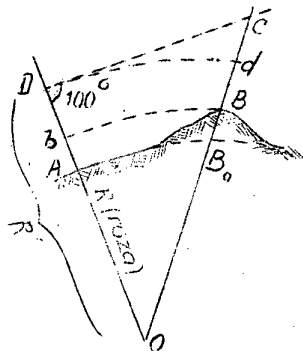
În acest caz intervin două erori, pe care le-am considerat neglijabile atunci când a fost vorba de distanțe mici între puncte. Aceste erori sunt :

- eroarea datorită sfericității pământului;
- eroarea datorită refracției atmosferice.

Nivelmentul dintre două puncte depărtate este denumit și nivelment geodezic.

2). EROAREA DATORITĂ SFERICITĂȚII PĂMÂNTULUI.

Să figurăm situația a două puncte A și B, pe sferoid, între care vom să facem nivelment.



ABO = suprafața sferoidului pământesc (Nivelul mărilor).

A și B = punctele între care se măsoară dif. de nivel

Bb = suprafața de nivel a punctului B.

D = luneta nivelei.

Dd = nivelul adevărat (supraf. de nivel) al punctului D.

DC = nivelul aparent al punctului D.

O = centrul pământului.

./.

= 24 =

Din figură se vede că, la distanțe mari, nu mai putem asimila suprafața de nivel a unui punct cu un plan orizontal. Din cauza sfericității pământului, totdeauna suprafața de nivel a unui punct - sau nivelul adevărat, rămâne sub planul orizontal ce trece prin acel punct - numit nivelul aparent al punctului, acesta din urmă fiind perpendicular pe normale ce trece prin punct. Cum în practică noi măsurăm diferența de nivel față de planul orizontal al aparatului, rezultă că, la distanțe peste 500 metri, trebuie să ținem seama neapărat și de eroarea datorită sfericității pământului.

Diferența de nivel între A și B = $B_0B = Ab$

Din figură avem : $Ab = AD - Db$
 $Db = dB = BC - dC$
 Deci: $Ab = AD - BC + dC$.

Valoarea dC , ce trebuie adăugată diferenței $(AD-BC)$, pentru a găsi diferența de nivel reală dintre punctele A și B, reprezintă tocmai corecția datorită erorii de sfericitate. Lipsa acestei corecții ar face ca diferența de nivel Ab să fie mai mică decât cea reală, deci eroarea de sfericitate este negativă; în consecință,

corecția erorii de sfericitate este totdeauna pozitivă.

Pentru a determina valoarea acestei corecții, să considerăm triunghiul dreptunghiu ODC . Vom avea :

$OC = OD + DC$, în care

$OD = R'$, iar $OC = R + B_0d + dC$

Notăm $R + B_0d = R + AD = R'$

$OC = R' + dC$

$(R' + dC)^2 = R'^2 + DC^2$

$R'^2 + 2R'.dC + dC^2 = R'^2 + DC^2$

$2R'.dC + dC^2 = DC^2 = 2(R+B_0d).dC + dC^2$

$dC = dC / 2(R + B_0d) + dC$

Însă DC se poate asimila cu AB_0 , normalele punctelor A și B fiind aproape paralele.

Deci: $DC = AB = D$ (distanța)

dC este, după cum s'a arătat, corecția erorii de sfericitate = S.

Vom avea :

$D^2 = S^2 / 2(R + B_0d) + S^2 =$
 $= 2R.S. + S.B_0d + S^2$

Termenii $S.B_0d$ și S^2 fiind foarte mici în comparație cu valoarea termenului $2R.S$, aceștia se neglijează.

Rămâne: $D^2 = 2R.S$

De unde: $S = \frac{D^2}{2R}$

Deci, corecția necesară pentru a anula eroarea de sfericitate (diferența dintre nivelul adevărat și nivelul aparent) este proporțională.

= 25 =

țională cu ptratul distanței dintre punctele considerate. Aceasta se poate vedea din examinarea următoarelor valori ale lui, S în funcție de D :

D (metri)	S (mm)
35	0,1
50	0,2
100	0,8
200	3,1

Se înțelege că, pentru distanțe peste 500 m., neglijarea corecției S ar altera grav valoarea diferenței de nivel dintre 2 puncte. Așa dar, formula

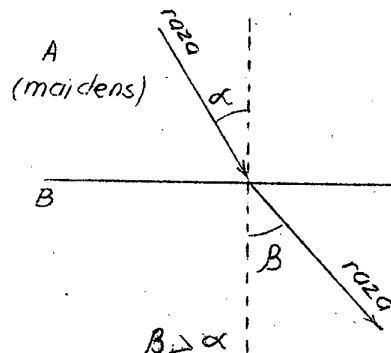
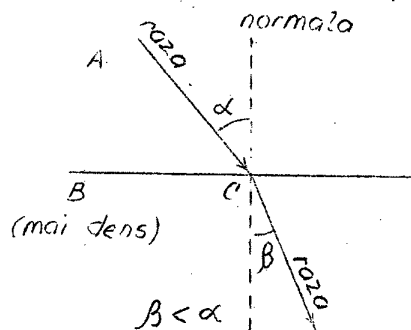
$$H = D \cdot \text{tg} \cdot \alpha + I_i - I_s$$

nu mai este exactă, ci, ținând seama de S ,

$$\text{ea ar deveni : } H = D \cdot \text{tg} \cdot \alpha + \frac{D^2}{2R} + I_i - I_s$$

3). EROAREA DATORITA REFRACȚIEI ATMOSFERICE; LEGILE REFRACȚIEI SI COEFICIENTUL DE REFRACȚIE.

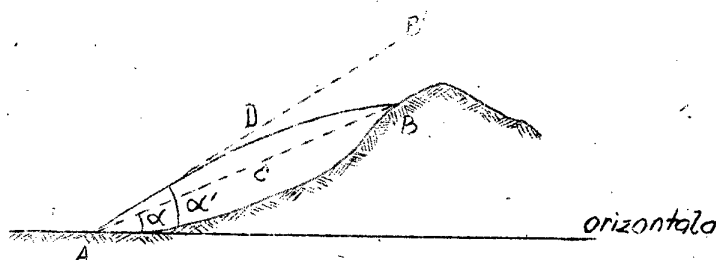
Se cunoaște din fizică fenomenul că atunci când o rază de lumină trece dintr'un mediu transparent în alt mediu transparent mai dens, își deviază direcția, apropiindu-se de normala punctului de incidență. Acest fenomen este valabil și reciproc.



Fenomenul se numește refracție.

Pe de altă parte, se cunoaște faptul că atmosfera este mai densă la sol și mai rară la înălțimi. Atmosfera poate fi deci, considerată ca o serie de straturi, suprapuse de aer, din ce în ce mai puțin dens cu cât ele se găsesc la o înălțime mai mare față de suprafața pământului.

Datorită acestei structuri a atmosferei, razele vizuale neparalele cu suprafața pământului ce trec prin aer, sunt curbate, pe tot traseul lor, spre pământ, ca în figura de mai jos :



= 26 =

Raza de lumină din punctul B nu ajunge în punctul A, pe traseul BCA, ci pe traseul BDA, curb. Cu alte cuvinte, dacă vizăm punctul B din punctul A, nu îl vedem față de planul orizontal sub unghiul α , ci sub unghiul $\alpha' > \alpha$, potrivit căruia punctul B ar trebui să se găsească în B'.

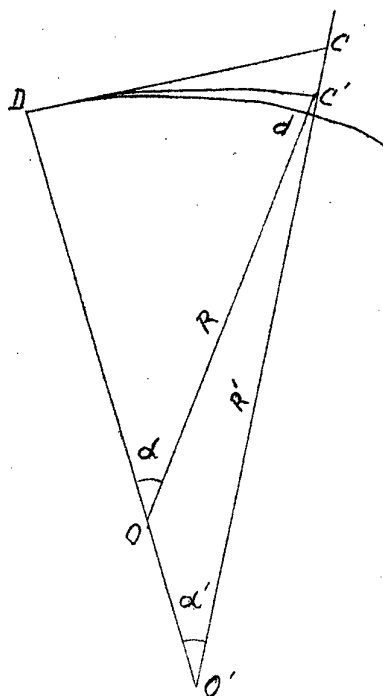
Diferența dintre cele două unghiuri :

$$\alpha' - \alpha = r$$

este tocmai eroarea datorită refracției atmosferice, totdeauna pozitivă.

Corecția acestei erori va fi deci totdeauna negativă, adică de semn invers corecției erorii de sfericitate.

Pentru determinarea corecției de refracție, precum și a raportului dintre aceasta și corecția de sfericitate, să considerăm figura de mai jos :



Aceasta este aceeași figură pe care am folosit-o pentru determinarea corecției de sfericitate, în care :

DC este nivelul aparent, teoretic, al punctului D;

Dd este nivelul adevărat al punctului D;
dC este eroarea de sfericitate ;

R este raza corespunzătoare arcului Dd, în sferoidul pământesc cu centrul în O.

Din cauza refracției, nivelul aparent nu urmează însă (în proiecție) dreapta DC, ci arcu DC', căruia i-ar corespunde un cerc de rază R', cu centrul în O'. În acest caz, CC' este tocmai eroarea de refracție.

Fie α și α' unghiurile pe care le fac, între ele, normalele în punctele C și D, respectiv în C' și D.

Exprimând pe α și pe α' în radiani, după formula :

$$\alpha = \frac{\text{lungimea arcului}}{\text{lungimea razei}}$$

$$\text{avem : } \alpha = \frac{Dd}{R} ; \alpha' = \frac{DC'}{R'}$$

$$Dd = \alpha \cdot R ; DC' = \alpha' \cdot R'$$

Însă Dd poate fi asimilat cu DC, deoarece normalele în punctele C și D sunt aproape paralele.

Deasemeni, arcu Dd poate fi asimilat cu arcu DC', fiind arce foarte mici în comparație cu razele lor de curbura, care au un

$$= 27 =$$

punct comun la un capăt, iar la celălalt sunt distanțate cu cantități foarte mică d C'.

Deci putem scrie :

$$Dd = DC = DC'$$

Atunci $\alpha R = \alpha' R'$, de unde

$$R' = \frac{\alpha}{\alpha'} R$$

Pe de altă parte, în triunghiul dreptunghic O' DC avem:
 $(O'C' + C'C)^2 = O'D^2 + DC^2$ sau, înlocuind $DC = D$ (distanța) avem:

$$(R' + C'C)^2 = R'^2 + D^2$$

$$R'^2 + 2 R' \cdot C'C + C'C^2 = R'^2 + D^2$$

Termenul $C'C^2$ fiind neglijabil, rămâne :

$$2 R' \cdot C'C = D^2$$

Însă $C'C = r$ = eroarea de refracție.

$$\text{Deci : } r = \frac{D^2}{2 R'}$$

Înlocuind pe R' cu valoarea sa de mai sus, obținem :

$$r = \frac{D^2}{2 \frac{\alpha}{\alpha'} R} = \frac{\alpha'}{\alpha} \cdot \frac{D^2}{2 R}, \text{ sau ,}$$

$$\text{notând } \frac{\alpha'}{\alpha} = K,$$

$$\text{avem : } r = K \cdot \frac{D^2}{2 R}, \text{ unde ,}$$

$\frac{D^2}{2R}$ am văzut că este tocmai corecția erorii de sfericitate. De notat că r este totdeauna pozitiv, deci corecția va fi negativă.

Reluând din nou formula diferenței de nivel, ținând seama atât de corecția erorii de sfericitate cât și de corecția erorii de refracție, vom avea :

$$H = D \cdot \text{tg} \alpha + \frac{D^2}{2R} + K \frac{D^2}{2R} + I_1 - I_2 \text{ sau}$$

$$H = D \cdot \text{tg} \alpha + \frac{D^2}{2R} (1 - K) + I_1 - I_2$$

Aceasta este formula generală a nivelmentului geodezic.

Cota punctului B va fi deci :

$$\text{Cota B} = \text{Cota A} + H$$

In ce priveste coeficientul K, numit coeficient de refracție, el se determină prin formula :

$$K = 1 - \frac{2R(H - D \cdot \text{tg} \alpha + I_1 - I_2)}{D^2}$$

în care: R se ia egal cu raza medie a globului pământesc = 6371 km.
 H se determină prin nivelment geometric de înaltă precizie ;

./.

= 28 =

D se deduce din coordonatele punctelor A și B;
 α se măsoară prin minimum la reiterații;

I_1 și I_s se măsoară direct.

Iată diferite valori ale lui K :

- Delambre	la 1792	a găsit	în Franța	K = 0,1678
- Gauss	" 1823	"	la Hanovra	0,1306
- Struve	" 1831	"	în Rusia	0,1237
- Bessel	" 1834	"	" Prusia Est	0,1370
- Baeyer	" 1849	"	" " "	0,1300

Pentru țara noastră se ia valoarea medie

$$K = 0,13$$

În acest caz, termenul $-\frac{D^2}{2R}(1-K)$, care însumează ambele corecții (de sfericitate și refracție) și pe care-l notăm acum înainte cu r, devine :

$$r = -\frac{D^2}{2R}(1-K) = 0,87 \frac{D^2}{2R} \text{ sau}$$

$$r = 0,00000006819 \cdot D^2$$

Formula lui H devine :

$H = D \cdot \operatorname{tg} \alpha + 0,00000006819 \cdot D^2 + I_1 - I_s$, sau, luând în loc de α , distanța zenitală $= \varphi$ (complimentul lui α):

$$H = D \cdot \operatorname{cotg} \varphi + 0,00000006819 \cdot D^2 + I_1 - I_s.$$

Corecția r, se găsește în tabele speciale, dat în funcție de distanța D.

LEGILE REFRACTIEI.

Refracția atmosferică prezintă variațiuni în cursul aceluiași zile, fiind mai mare dimineața și seara, iar în timpul amiezii prezentând un minimum. Ea variază, deasemeni, și după anotimp, fiind mai mare în timpul verii. Concret, aceste variațiuni se traduc prin variația valorii coeficientului de refracție K.

Pe baza acestui fenomen, se pot enunța următoarele legi ale refracției :

a.- Dacă se efectuează măsurători simultane de distanțe zenitale pe o latură căreia i se cunoaște perfect diferența de nivel dintre punctele de capăt, unghiurile de refracție ρ și ρ' , ale celor două vize, sunt egale.

b.- Unghiul de refracție ρ este proporțional cu lungimea laturei.

c.- Coeficientul de refracție K variază potrivit diferitelor stări atmosferice și prezintă un minimum la amiază, când este căldura cea mai mare.

d.- În aceeași regiune și în aceleași condițiuni de sezon și căldură, valoarea acestui minim diurn este sensibil egală de la o zi la alta.

./.

4). REGULI PENTRU MĂSURAREA DISTANTELOR ZENITALE.

Ținând seama de legile refracției atmosferice, se impune ca, pentru măsurarea distanțelor zenitale (implicit a unghiurilor de pantă) să respectăm următoarele reguli :

- a) Când se măsoară diferențe de nivel între puncte de triangulație, soluția ideală constă în a măsura distanțele zenitale simultan din ambele puncte. Această condiție este greu de realizat.
- b) Distanțele zenitale la punctele îndepărtate se citesc între orele cele mai călduroase ale zilei (orele 11 - 14).
- c) Este preferabil ca distanțele zenitale să se observe în mod reciproc.
- d) În cazul când se execută o lucrare mare, este bine ca distanțele zenitale să fie măsurate în mod egalizat pe mai multe zile, astfel ca media lor să aibă șansă să corespundă mediei atmosferice a perioadei de observație.
- e) În cazul când se întrerup măsurătorile de distanțe zenitale într-o regiune, trebuie să se observe ca reluarea măsurătorilor în aceeași regiune să se facă în aceeași perioadă a anului, corespunzătoare perioadei în care s'au întrerupt.

5). NIVELMENTUL GEODESIC INDIRECT, PRIN METODA DRUMUIRII.

Si în cazul nivelmentului indirect între două puncte depărtate se pot întrebuința aceleași metode ca în cazul punctelor apropiate, adică :

- Drumuirea și
- Radierea.

Drumuirea, în acest caz, se prezintă întocmai așa cum ea a fost deja arătată la Cap. II/A pct. 3, cu următoarele deosebiri sau completări :

- În formula diferenței de nivel intervine, de astă dată, corecția r de sfericitate și refracție :

$$H = D \cdot \operatorname{tg} \alpha + R + I_1 - I_2 \text{ sau}$$

$$H = D \cdot \cotg \varphi + R + I_1 - I_2.$$

- Instrumentele folosite trebuie să dea o precizie mai mare decât în cazul punctelor apropiate.

- În loc de unghiul de pantă α , în acest caz se folosește adeseori complimentul său, adică distanța zenitală φ

- Distanțele între puncte fiind, de regulă, de ordinul kilometrilor și zecilor de kilometri, în majoritatea cazurilor nu se măsoară direct pe teren, ci se deduc din coordonatele de precizie ale punctelor geodezice între care se măsoară nivelmentul, folosind formula din geometria analitică :

$$D = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2},$$

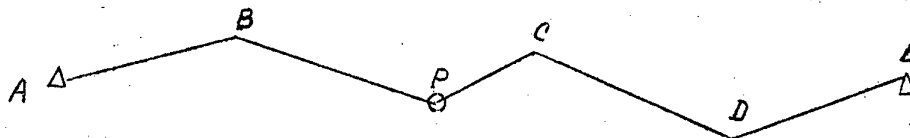
Δx și Δy fiind diferențele între coordonatele x , respectiv y , ale punctelor considerate.

În consecință, distanța D se determină numai odată atât pentru viza înainte cât și pentru viza înapoi.

= 30 =

- Pentru lucrul în teren, trebuie să se respecte întocmai regulile arătate pentru măsurarea distanțelor zenitale, decurgând direct din legile refracției atmosferice.

- Ținând seamă că erorile sunt mai mici când drumuirea este mai scurtă, dacă drumuirea este prea lungă ea se subdivide în două părți, AP și PE; pornind din cele două puncte de capăt A și E către un acelaș punct P de pe traseul drumuirii. Acestui punct i se determină astfel cota din ambele capete, găsindu-se două valori. Se face media acestor valori, iar compensarea erorilor se va face proporțional cu distanțele, pe fiecare din cele două părți ale traseului, separat.



- Calculul drumuirii,

se face pe un formular special, după modelul folosit pentru exemplul de mai jos, în care se înscrie :

- În coloana 1, - punctul din care se dă viza.
- În coloana 2, - punctul către care se dă viza.
- În coloana 3, - unghiul de pantă, eventual distanța zenitală, a fiecărei vize.

- În coloanele 4, 5, 6, 7- toate datele referitoare la distanțe:

- În coloana 4, $-\Delta x$
- În coloana 5, $-\Delta y$
- În coloana 6, - distanța calculată din Δx și Δy :

$$D = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

- În coloana 7, patrutul distanței, valoare necesară pentru calculul lui r.

Datele referitoare la distanță se înscriu o singură dată, numai pentru viza directă.

- În coloana 8, - tg. unghiului de pantă α sau $\cotg$ distanței zenitale φ .

- În coloana 9, - valoarea termenului $D \cdot \text{tg. } \alpha$ (sau $D \cdot \cotg. \varphi$) din formula diferenței de nivel, cu semnul dat de $\text{tg. } \alpha$ (sau $\cotg. \varphi$).

- În coloana 10, - valoarea corecției globale de sfericitate și refracție, r, cu semnul +, (plus) calculat după formula :

$$r = 0,00000006819 \cdot D^2$$

- În coloana 11 - înălțimea instrumentului cu semnul + (plus).
- În coloana 12, - înălțimea semnalului cu semnul - (minus).
- În coloana 13, - diferența de nivel rezultată din însușirea algebrică a coloanelor 9, 10, 11, 12.

De notat că vizele se grupează inițial două câte două (viza directă cu viza inversă), deci pentru aceste două vize se vor obține valori apropiate și de semn contrar.

Se face media acestor valori, atribuindu-se semnul rezultat pentru viza directă și înscriindu-se în linia imediat următoare, lădată liberă.

- În coloana 14, - cota punctului de plecare și cota punctului de sosire.

= 31 =

- În coloana 15, - cotele deduse ale punctelor de pe traseul drumuirii.

Compensarea erorilor se face proporțional cu distanțele, așa cum s'a arătat la Cap.II/A, pct.3.

Se dă, alături, un exemplu de nivelment geodezic de ordinul III. prin drumuire :

(A se vedea tabloul din pagina următoare).

6). METODA RADIERII, în cazul nivelmentului între două puncte îndepărtate, se prezintă, deasemeni, ca și în cazul nivelmentului între două puncte apropiate, cu aceleași deosebiri pe care le-am prezentat la pct.5 precedent (drumuirea), adică :

- Formula de bază folosită, este :

$$H = D \cdot \operatorname{tg} \alpha + R + I_i - I_s \text{ sau}$$

$$H = D \cdot \operatorname{cotg} \varphi + R + I_i - I_s.$$

- Trebuie să se lucreze cu instrumente mai precise.

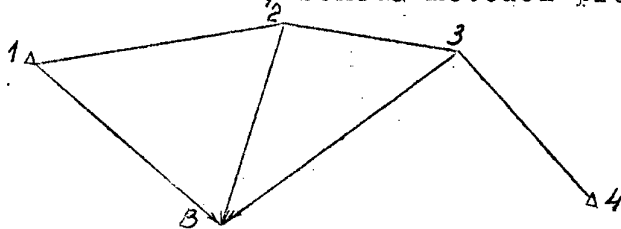
- Se poate folosi, în loc de unghiul de pantă α , distanța zenitală φ .

- Distanța se deduce din ΔX și Δy :

$$D = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

- Se respectă regulile ce decurg din legile refracției atmosferice.

În cazul triangulației, o singură operațiune de acest fel nu este însă suficientă pentru a ne da o precizie acceptabilă pentru cota lui B. Cota punctului radiat trebuie determinată cel puțin din trei puncte diferite, schema metodei prezentându-se în plan astfel :



Rezultă că vom găsi pentru cota lui B. trei valori apropiate, dar diferite.

Compensarea erorilor se face în modul următor;

- Se face diferența între valorile extreme găsite pentru cota B și se raportează la suma distanțelor corespunzătoare acestor valori.

Se constată dacă eroarea unitară astfel găsită se încadrează în limitele toleranței admise :

$$\epsilon_0 = \frac{\text{Cota } B_{\text{max.}} - \text{Cota } B_{\text{minim.}}}{D_{B_{\text{max.}}} + D_{B_{\text{minim.}}}} < e$$

- Dacă această condiție este îndeplinită, se ia media celor trei valori găsite pentru cota punctului B.

= 32 =

Radieres poate să se prezinte sub două aspecte :

- a)- Când se staționează în puncte de coto cunoscute, transmițându-se cota la punctul radiat.
- b)- Când se staționează în punctul radiat, aducându-se cota dela puncte ale căror cote le cunoaștem.

Cazurile nu prezintă deosebiri dec t în modul de calcul al cotei.

Toleranța admisă în cazul radierii este :

$e_m = \pm 0,25 \text{ m./km.}$ după Inst.Geografic Militar sau
 $e_m = \pm 0,25 \sqrt{n-1},$. . .după Regulament.Cadastrului, în care
 n = numărul punctelor staționate.

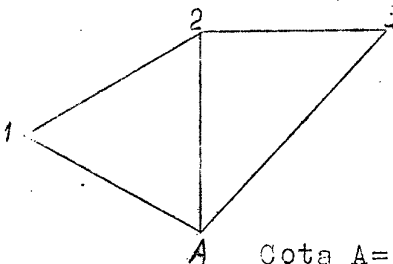
Calculul radierii se face pe un formular special, după modelul celui folosit în exemplele de mai jos :

- EXEMPLELE Nr.1

RADIERE PRIN TRANSMITEREA COTEI.

Puncte	1	2	3
Elemente			
α	$+ 4^{\circ} 10' 35''$	$- 1^{\circ} 69' 51''$	$+ 0^{\circ} 70' 92''$
$tg. \alpha$	0,064547	0,026633	0,011140
Dm	2742,30	2140,90	3520,60
	+	-	+
D. $tg. \alpha$	177,01	-	57,02
I_s	-	4,00	39,22
I_i	1,34	-	4,00
R	0,51	1,45	0,60
E	178,86	0,31	0,85
α	174,86	1,76	40,67
Cota plecare	261,52	61,02	4,00
Cota	436,38	59,26	36,67
	-	495,76	400,10
	-	436,50	436,77

Cota definitivă a pct. A = 436,55 m.



Formule de bază: $H = D \cdot tg. \alpha + r + I_i - I_s$
 $r = 0,00000006819 \cdot D^2 I_s$

Compensarea:
 $E_o = \frac{436,77 - 436,38}{3521 + 2742} = \frac{+0,39}{6263} = + 0,0623 \text{ m/km.}$

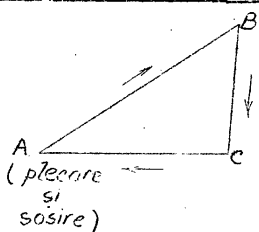
$0,0623 < 0,25$ (toleranța).

Cota A = $\frac{436,38 + 436,50 + 436,77}{3} = \frac{1309,65}{3}$

Cota A = 436,55 m.

EXEMPLU DE NIVELMENT GEODEZIC DE ORDINUL III PENTRU DRUMUIRE
(drumuire închisă)

Puncte				D I S T A N T E				tg α	D.tg α	R	I ₁	I _s	H	Altitudini		OBS.	
1	2	3	4	Δx	Δy	D	D ²							Date	Deduse		
		G.	C.	CC													
A	B	- 5	04	10	7496,96	3316,14	8197 ⁶³	67201138	0,079350	650,48	4,58	1,29	4,27	648,88	2158,00	1509,28	
B	A	+ 5	01	15					0,078882	646,65	4,58	1,34	3,65	648,92			
														-648,90			
														+ 0,12			
B	C	- 8	95	64	3741,74	1352,74	3978 ⁷⁶	15830531	0,141622	563,48	2,08	1,34	4,11	561,79		947,47	
C	B	+ 8	95	67					0,141627	563,50	2,08	1,50	4,27	561,81			
														-561,80			
														+ 0,06			
C	A	+12	68	49	3755 ²²	4668 ⁸⁸	5991 ⁶⁷	35899990	0,201933	1201,91	2,45	1,50	3,65	1210,21		2158,00	
A	C	-12	68	89					0,201998	1210,30	2,45	1,29	4,11	1210,68		+ 0,26	
														+1210,44			
														+ 0,08			



Formule de bază: $H = D \cdot \text{tg} \alpha + R + I_1 + I_s$

$$D = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$r = 0,00000006819 \cdot D^2$$

$$\text{Cota B} = \text{Cota A} + H_{AB}$$

$$\text{Cota C} = \text{Cota B} + H_{BC}$$

$$\text{Cota A} = \text{Cota C} + H_{CA}$$

Compensarea:

$$\epsilon = -0,26 < 0,30$$

$$\epsilon_o = \frac{\epsilon \cdot \Delta H}{\sum D} = \frac{+0,26}{18,168} = 1,4 \text{ cm/km.}$$

$$\sum H_{AB} = +1,4 \times 8,198 = +0,12 \text{ m.}$$

$$\sum H_{BC} = +1,4 \times 3,979 = +0,06 \text{ m.}$$

$$\sum H_{CA} = +1,4 \times 5,992 = +0,08 \text{ m.}$$

= 34 =

Din acest exemplu se vede :

- Calculele se ordonează pe coloane corespunzătoare punctelor de plecare.

- Se scrie sus numărul punctului care transmite cota.

- Se scriu pe primele trei linii: unghiul de pantă, tg. unghiului de pantă și distanța dedusă din coordonatele punctelor.

- Se calculează termenul D.tg. α și se înscrie la semnul dat de α .

- Se înscrie I_s în coloană-, anulându-se peste tot coloana+ pe linia lui I_s .

- Se înscriu I_1 și R în coloana +, anulându-se coloana - pe liniile lor.

- Se totalizează coloanele cu + și cele cu -, înscriindu-se totalurile pe linia Σ .

- Se face suma algebrică a liniei Σ pentru fiecare punct de plecare, înscriindu-se rezultatul pe linia... ΔE

- Se trece cota punctelor de plecare în coloana +.

- Se face suma algebrică a cotei de plecare cu ΔE , dând cota provizorie a punctului radiat.

Urmează apoi compensarea erorii ca la Cap.II/A. pct.4, adică:

- Se vede dacă ecartul maxim este mai mic decât toleranța admisibilă.

- În caz afirmativ, se face media valorilor obținute pentru cota punctului radiat.

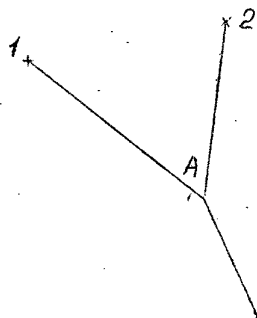
EXEMPLUL Nr.2.

RADIERE PRIN ADUCEREA COTEI

Puncte	1	2	3
Elemente			
α	$+3^G 11^C 17^{CC}$	$-9^G 40^C 30^{CC}$	$+10^G 15^C 10^{CC}$
tg. α	0,048917	0,148787	0,160817
Dm.	2410,17	2003,44	1350,70
	+	-	+
D.tg. α	335,11	-	217,22
I_s	-	298,09	-
I_1	6,40	5,90	3,80
r_i	1,45	1,45	1,45
Σ	0,40	0,27	0,12
ΔE	336,96	1,72	218,79
	330,56	-	214,99
Cota plecare	-	303,99	-
Cota	-	302,27	1029,69
	1144,94	512,34	-
	814,38	814,61	814,70

Cota definitivă a pct. A. = 814,56

$$= 35 =$$



Formule de bază: $H = D \cdot \text{tg} \cdot \alpha + r + I_1 - I_s$
 $r = 0,00000006819 \cdot D^2$

Compensarea:

$$\varepsilon_0 = \frac{814,70 - 814,38}{1351 + 2410} = \frac{+ 0,32}{3761} = + 0,0851 \text{ m/km.}$$

$$0,0851 < 0,25 \text{ (toleranța).}$$

$$\text{Cota A} = \frac{814,38 + 814,61 + 814,70}{3} = 814,56$$

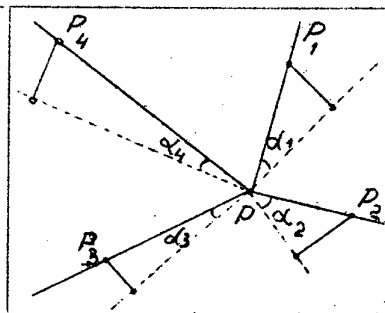
$$\text{Cota A} = 814,56$$

Singura deosebire față de cazul transmiterii cotei, este aceea că s'au înscris cotele de plecare în coloanele -, rezultatul obținându-se tot în coloana -, ceea ce înseamnă însă că vom putea avea cote negative.

În cazul unei triangulații de ord. IV., determinarea cotei unui punct P, în care se staționează și se vizează cel puțin 3 puncte vecine, pentru a putea determina cu o precizie mai mare cota, face compensarea valorilor inițial obținute, ținând seama de greutatea fiecărei vize.

Exemplu:

Din punctul P s'au dus vize la patru puncte P_1 , P_2 , P_3 și P_4 măsurându-se unghiurile verticale $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ și α_4 și distanțele orizontale D_1, D_2, D_3 și D_4 dela P la cele patru puncte vizate



În figură este reprezentată situația acestor puncte. Cunosându-se altitudinile celor patru puncte date și știind că razele vizuale duse din P la cele 4 puncte au avut drept țintă puncte situate pe stație la aceeași înălțime cu înălțimea teodolitului din P, se cere să se calculeze altitudinea punctului P în funcție de altitudinile celor 4 puncte, precum și eroarea cu care este afectată altitudinea astfel calculată. În Tabloul Nr. 1 sunt redată altitudinile celor 4 puncte: h_1, h_2, h_3 și h_4 , unghiurile $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, precum și dist. orizontale D_1, D_2, D_3 și D_4 .

Soluționare. Dacă reperăm punctul P față de altitudinea punctului P_1 , vom obține o altitudine H_1 ; idem, față de celelalte puncte P_2, P_3, P_4 vom obține valori H_2, H_3, H_4 ; teoretic aceste valori altitudinii punctului P, trebuie să fie aceleași, adică $H_1 = H_2 = H_3 = H_4$; practic aceste valori sunt diferite;

= 36 =

TABELUL 1

Pcte date	Altitudinea h ₁ h ₂ h ₃ h ₄ (în m.)	Dist. ori- zont. D ₁ D ₂ D ₃ D ₄	β = ungh. incl. în gra- de cent.		
			grade	minute	sec.
P ₁	786,25	1815	14	87	60
P ₂	840,34	1250	23	61	30
P ₃	1173,74	2300	2	26	75
P ₄	2678,24	4220	3	47	40

TABELUL Nr.2

Va=354,450

Pcte date	Vn=valori	$\Delta = Vn - Va$		P	p.d.		p.d ²
		+	-		+	-	
P ₁	354,247	-	203	1,2	-	244	49532
P ₂	354,346	-	104	2,5	-	260	27040
P ₃	354,590	140	-	0,75	105	-	14700
P ₄	354,619	169	-	0,2	34	-	5746
		$\frac{309}{\Delta = 0,02}$	$\frac{307}{-}$	4,65	$\frac{139}{\Sigma p.d. = -}$	$\frac{504}{365}$	97018

TABELUL Nr.3

V'=354,372

Pcte date	Vn=valori	$\bar{v} = V' - Vn$		P	PV		pV ²
		+	-		+	-	
P ₁	354,247	125	-	1,2	150	-	18750
P ₂	354,346	26	-	2,5	65	-	1690
P ₃	354,590	-	218	0,75	-	164	35752
P ₄	354,619	-	247	0,2	-	49	12103
		$\frac{151}{\Delta = -}$	$\frac{465}{314}$	4,65	$\frac{215}{\Delta = 000}$	$\frac{215}{-}$	68295

..y/..

= 37 =

TABELUL Nr.4

Reper. la punct. P ₁ P ₂ P ₃ P ₄	Altitudinea punctului P		Erori cuadr.ale măș. pt. vizate
	val.mijl. compens.	Val. compens.	
P ₁	354,247	354,247 ± 137,73	137,73
P ₂	354,346	354,346 ± 95,42	95,42
P ₃	354,590	354,590 ± 174,22	174,22
P ₄	354,619	354,619 ± 337,37	337,37
Verif. = $\sum pV^2 = \sum pd^2 - \sum p \left(\frac{\sum pd}{\sum p} \right)^2$		Val. definitivă 354,372 ± 69,97	

problema constă în a compensa aceste valori diferite, dar apropiate și a găsi valoarea cea mai probabilă a altitudinii punctului P (altitudinea H), precum și eroarea cu care este afectată această valoare H.

Aplicând formula de calcul am găsit : $H_1 = 354,247$ m. (altitudinea lui P față de P_1); $H_2 = 354,346$ m (altitudinea lui P față de P_2); $H_3 = 354,590$ m (altitudinea lui P față de P_3) și $H_4 = 354,619$ m (altitudinea lui P față de P_4).

Compensarea valorilor găsite: vom presupune în prealabil că elementele α , D și k au valori compensate sau valori fixe; să stabilim așa dar care este valoarea cea mai probabilă H.

Nu putem admite media aritmetică a valorilor H_1 , H_2 , etc. calculate căci aceste valori au greutate (importante) diferite după cum D sau α au fost mai mari sau mai mici; va trebui deci să stabilim greutățile cu care sunt afectate valorile H_1 , H_2 , H_3 și H_4 , fie p_1 , p_2 , p_3 , p_4 aceste greutăți; valorile acestor greutăți ale celor patru măsurători variază invers proporțional cu patratul distanței orizontale D, astfel în general: $p = c : D^2$, (formula 2); unde c este o constantă, ce se alege de la caz la caz; în cazul nostru presupunem că greutatea $p = 1$ corespunde distanței orizontale $D = 2$ km.; în acest caz, aplicând formula (2) avem :

$$p = 1 = \frac{c}{D^2} = \frac{c}{(2)^2} ; \text{de unde } c = p \cdot D^2 = 4 \text{ constanta corespunzătoare cazului.}$$

Aplicând această formulă, avem :

$$p_1 = c : D_1^2 = \frac{4}{(1,815)^2} = 1,2 : p_2 = c : D_2^2 = \frac{4}{(1,25)^2} = 2,5;$$

$$p_3 = c : D_3^2 = \frac{4}{(2,3)^2} = 0,75 : p_4 = c : D_4^2 = \frac{4}{(4,22)^2} = 0,2;$$

$$\text{și } \sum p = 1,2 + 2,5 + 0,75 + 0,2 = 4,65$$

./.

$$= 38 =$$

Cu aceste valori de greutateți efectuăm o primă compensare, numită compensarea provizorie; alegem pentru aceasta o valoare apropiată de H ; fie $V_a = 354,450$ m. valoarea apropiată aleasă; față de această valoare vom găsi niște diferențe $d = V_n - V_a$, unde V_n sunt valorile lui H_1, H_2, H_3, H_4 ; calculăm factorii p.d (respectiv $\sum p.d$) și factorii $p.d$ (respectiv $\sum p.d^2$).

În tabelul Nr.2 sunt calculați și înscrși acești factori; prin compensarea aceasta provizorie ajungem la expresia :

$$V' = V_a + \frac{\sum p \cdot d}{\sum p} = 354,450 - \frac{365}{4,65} = 354,372 \text{ m.}$$

Am ajuns deci la această valoare compensată $V' = 354,372$ m.

Să calculăm acum erorile de compensare afeofată a această valoare, raportând pe V' la H_1, H_2, H_3, H_4 vom găsi niște diferențe $v = V' - V_n$ (unde V_n ia valorile lui H_1, H_2 , etc.) pe care le calculăm și trecem în Tabelul Nr.3; acest tabel cuprinde elementele compensării definitive din cazul luat; am calculat factorii p_v (respectiv $\sum p_v$) și p_v^2 (respectiv $\sum p_v^2$).

Cu aceste valori (din tabelul Nr.3) stabilim eroarea mijlocie (E_q).

$$E_q = \pm \sqrt{\frac{\sum p \cdot v^2}{(n-1) \cdot \sum p}} = \pm \sqrt{\frac{68295}{3 \times 4,65}} = 69,97 \text{ m/m.}$$

Aceasta este eroarea medie quadratică a celor patru observațiuni (măsurători) de greutateți diferite; în mod analog se calculează și erorile cuadractice ale fiecărei măsurători (e_q) și anume:

$$e_q = \pm \sqrt{\frac{\sum p \cdot v^2}{(n-1) \cdot p_1}} \text{ pentru } H_1; \text{ substituind pe } p_1 \text{ cu } p_2, p_3 \text{ și } p_4.$$

se găsesc e_{q2}, e_{q3} și e_{q4} pentru H_2, H_3 și H_4 ; aceste erori cuadractice sunt calculate și trecute în Tabelul Nr.4,

Așa dar valoarea cea mai probabilă a rezultatului final va fi:

$$H = V' \pm E_q = 354,372 \text{ m} \pm 0,06997 \text{ m.};$$

valorile compensate parțiale ce corespund lui H_1, H_2 etc. vor fi afectate de erorile cuadractice ale fiecărei din măsurătorile corespunzătoare, adică : $H_1 \pm e_{q1}; H_2 \pm e_{q2}$; etc.; toate aceste valori compensate s'au calculat și trecut în tabelul-Nr.4.

Iată așa dar stabilită compensarea elementelor nivelmentului considerat și determinat altitudinea H a punctului P cu funcție de h_1, h_2, h_3 și h_4 .

./.

= 39 =

7/. PRECIZIA NIVELMENTULUI GEODEZIC

O bună precizie a nivelmentului, reclamă ca citirile unghiurilor verticale (unghiuri de pantă sau distanțe zenitale) să se repete de un număr de ori, corespunzător ordinului de precizie al nivelmentului geodezic executat.

Cu toate acestea, nivelmentul geodezic dă erori apreciabile, de zeci de centimetri și chiar până la 1 m., ceea ce face, după cum vom vedea, ca pentru un nivelment de înaltă precizie să se folosească nu nivelmentul trigonometric, ci nivelmentul geometric.

În tabelul de mai jos se arată numărul necesar de citiri a unghiurilor verticale în raport de ordinul nivelmentului geodezic, precum și erorile corespunzătoare în determinarea cotelor.

Ordinul nivelmentului geodezic	Nr. citirilor	Erori obținute (m.)	OBSERV.
I.	10-20	0,50	
II.	4-8	0,50-1,00	
III.	1-2	0,30-1,00 0,50 ^{xx})	x) în câmpie, xx) în teren accidentat.
IV.	1	-	

C. APARATURA, CITIREA UNGHIURILOR, VERIFICAREA ȘI RECTIFICAREA INSTRUMENTELOR.

În nivelmentul indirect, unghiurile verticale se măsoară fie cu teodolitul, fie cu tachimetrul.

Un tachimetru, în general, este compus din mai multe părți, grupate în jurul a trei axe :

- Axa verticală VV', în jurul căreia aparatul se rotește în planul orizontal. Ea este materializată printr'un ax vertical plin și un ax vertical tubular, iar pentru mișcarea în plan orizontal este destinat cercul orizontal cu limbul cercului orizontal, gradat în unități unghiulare, precum și cercul alidat.

- Axa orizontală OO', în jurul căreia se mișcă în plan vertical, cercul vertical sau eclimetrul, deasemeni gradat în unități unghiulare.

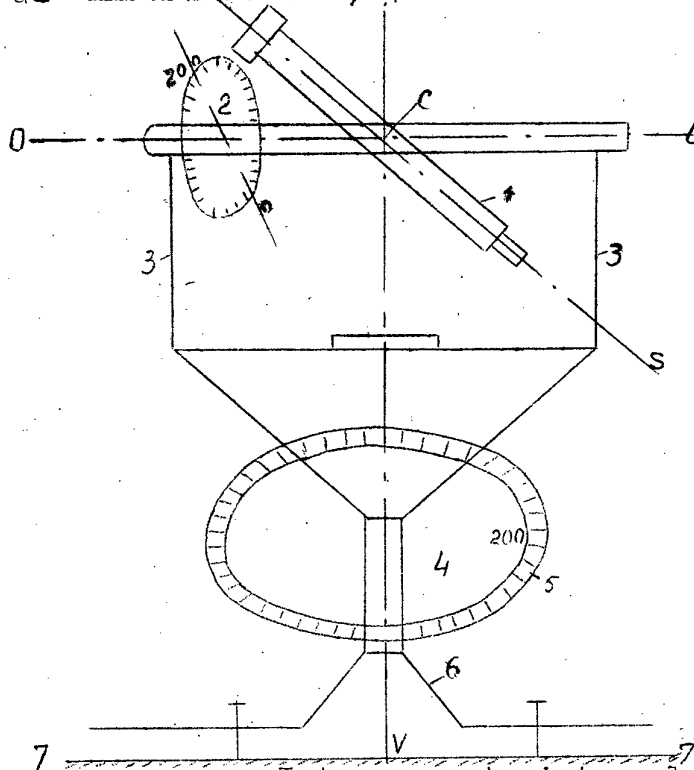
Axa OO' este perpendiculară pe axa VV'.

- Axa optică de vizare a lunetei SS', care materializează linia de vizare a punctelor topografice din spațiu, vizarea făcându-se cu luneta.

./.

= 40 =

Axa SS' este perpendiculară pe axa OO' .
 Luneta este susținută de două furci, pe axul orizontal
 al instrumentului, VV' .

THEODOLIT

- 1 = Luneta
- 2 = Cercul vertical
- 3 = Furcile
- 4 = Cercul alidada
- 5 = Limbul - Cerc orizontal gradat
- 6 = Cele trei brațe cu șuruburile de calaj (suportul)
- 7 = Corpul trepiedului
- C = Centrul de vizare
- { OO' = axa orizontală de rotație a lunetei.
- { VV' = axa verticală.
- { SS' = axa optică de vizare.

Întreg acest sistem, la care se mai adaugă accesoriile: microscopie, nivele, șuruburi de solidarizare și micrometrice, - este susținut de un suport cu trei șuruburi de calaj, prin intermediul cărora instrumentul poate fi fixat pe placa tripiedului, sprijinită la rândul ei pe trei picioare.

Pentru ca să se poată face măsurători cu un astfel de instrument, el trebuie să îndeplinească o condiție de bază, - și anume ca cele trei axe amintite, VV' , OO' și SS' , să fie toate perpendiculare între ele, și să se întâlnească toate trei într'un singur punct:

$$\begin{aligned} VV' &\perp OO' \\ SS' &\perp OO' \\ SS' &\perp VV' \end{aligned}$$

Punctul C, de concurență a celor trei axe, se numește centrul optic de vizare al aparatului.

Ca noțiuni generale despre construirea aparatelor, se menționează că :

- Cercul vertical este mai mic decât cercul orizontal - care are un diametru de circa 10-15 cm.

- Gradațiunile de pe cercul vertical sunt aceleași cu acelea de pe cercul orizontal.

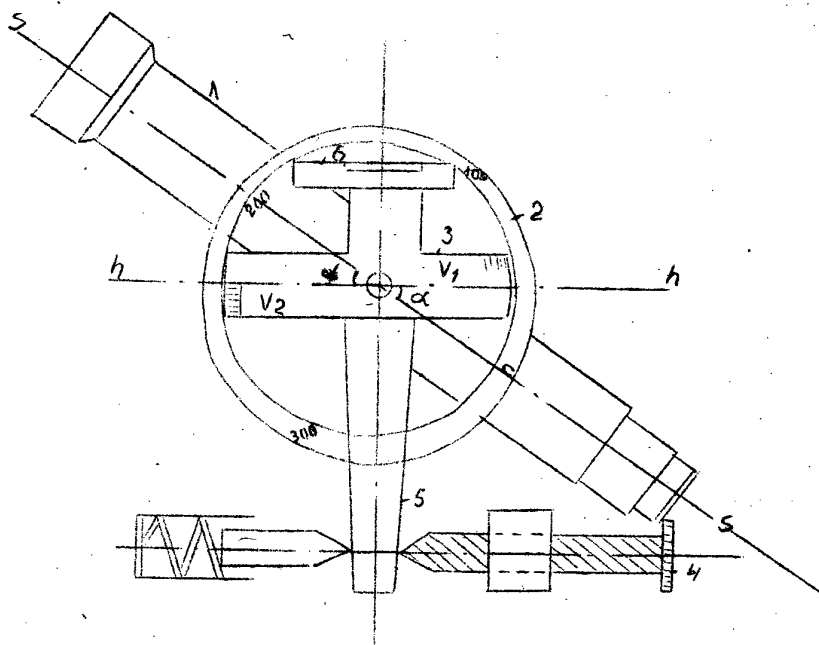
Din punctul de vedere al nivelmentului, ne interesează în special cercul vertical și erorile ce pot surveni în măsurarea unghiurilor verticale.

- Cercul vertical se compune din :

1/. Luneta, care materializează axul SS' , ce este perpendicular pe axa orizontală OO' în punctul C.

./.

= 41 =



- 2/. Cercul vertical propriu zis, gradat în 360 sau în 400 de grade.
- 3/. Bara ce susține vernierele; împreună cu vernierele.
- 4/. Șurubul micrometric pentru mișcarea înceată a cercului vertical.
- 5/. Furca aparatului, ce susține axa orizontală cu luneta.
- 6/. Nivela de rectificare a liniei vernierelor.

Cercul vertical are două mișcări :

- O mișcare generală, liberă, comandată de un șurub de solidarizare.
- O mișcare micrometrică, ce este comandată de șurubul micrometric.

În ce privește citirile pe cercul vertical, ele se fac după aceeași principii ca și pe cercul orizontal, cu deosebirea că, pe când pe cercul orizontal se poate pleca dela orice gradațiune (0^G , 100^G , etc.), citirile pe cercul vertical nu pot avea decât o singură origine : axa vernierelor.

În ce privește gradațiunile cercului vertical, diferitele tachimetre pot prezenta două feluri de gradațiuni :

- Cu zero pe orizontală și cu 100^G la zenit, în care caz se măsoară unghiurile de pantă (α sau ω), dela orizontală în sus și în jos.
- Cu zero la zenit și cu 100^G la orizontală, în care caz se măsoară distanțele zenitale (φ), dela normală spre orizontală.
- Erorile de citire a unghiurilor verticale pot avea, drept cauze, următoarele defecte ale instrumentului :

a). Axa orizontală a aparatului nu este perpendiculară pe

./.

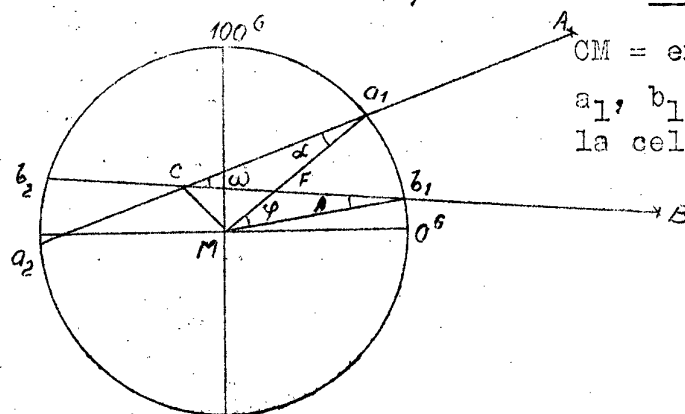
= 42 =

cercul vertical.

Acesta este un defect de construcție și nu se poate rectifica. Existența lui face ca unghiurile măsurate să fie diferite de unghiurile reale. Matematic se poate demonstra că această diferență nu este mai mare de $0,5^{\circ}$, atunci când eroarea de perpendicularitate a axei pe cerc este mai mică de circa 12° . Dacă instrumentul prezintă totuși un asemenea defect mai mare decât toleranța, el nu se recepționează.

b). Axa orizontală nu trece prin centrul cercului vertical.

În acest caz, vom avea o eroare de excentricitate a alidadei.



CM = excentricitatea alidadei.

a_1, b_1, a_2, b_2 , sunt citirile pe cerc, la cele două microscopae.

Axa orizontală trece prin punctul O, în loc să, treacă prin centrul M al cercului vertical. Din această cauză, în loc să se citească unghiul ω între A și B, se citește unghiul φ .

Ar trebui deci ca $\omega = b_1 - a_1$

În realitate, avem: $b_1 - a_1 = \varphi$

Eroarea este deci $\omega - \varphi = \Delta\omega$

Observăm din figură :

$$\omega + \alpha = \varphi + \beta$$

$$\omega - \varphi = \beta - \alpha$$

$$\Delta\omega = \beta - \alpha$$

Această eroare nu poate fi neglijabilă.

Ea se corectează prin citirea la ambele verniere, luând media citirilor:

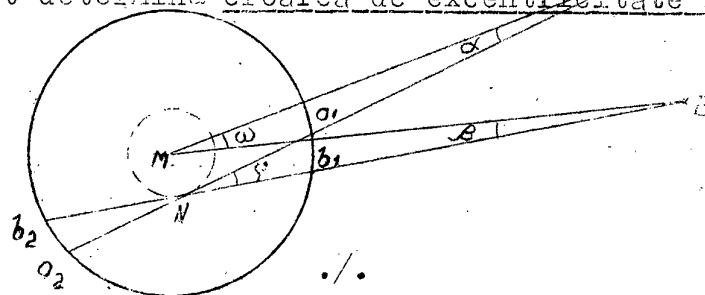
$$\omega = \frac{(b_1 - a_1) + (b_2 - a_2)}{2}$$

$$\omega = \frac{b_1 + b_2}{2} - \frac{a_1 + a_2}{2}$$

c). Planul vizei nu trece prin axa orizontală.

zelor.

Acest defect determină eroarea de excentricitate a vi-

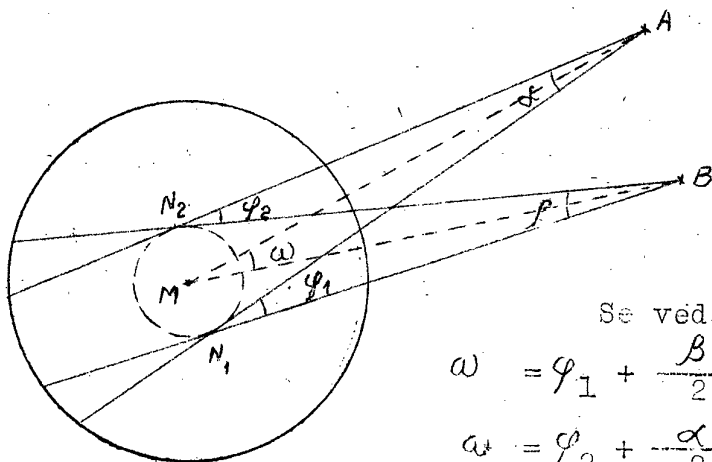


$$= 43 \text{ 厘}$$

În loc de ω , se citește φ .
 Unghiul $\varphi = \frac{\varphi_1}{2} + \frac{\varphi_2}{2} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$

Eroarea de excentricitate $\Delta\omega = \omega - \varphi = \beta - \alpha$
 (din relația $\omega + \alpha = \varphi + \beta$)

Dacă citim unghiul φ atât direct, cât și peste cap, figura de-
 vine :



Se vede că :

$$\omega = \varphi_1 + \frac{\beta}{2} - \frac{\alpha}{2}$$

$$\omega = \varphi_2 + \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}$$

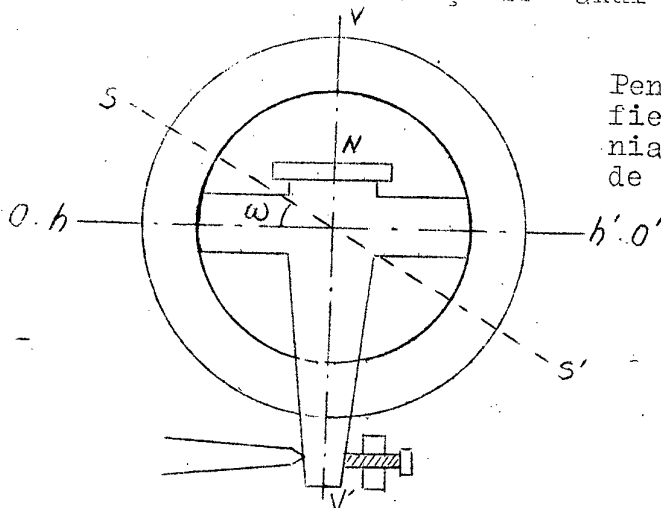
$$2\omega = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$\omega = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

Deci: eroarea de excentricitate a vizelor se elimină prin citirea unghiurilor direct și peste cap, la ambele verniere.

d). Linia orizontală a cercului vertical nu este rectificată.

Fie hh' linia vernierelor, OO' linia orizontală ce trece prin centrul cercului vertical și SS' axul lunetei.



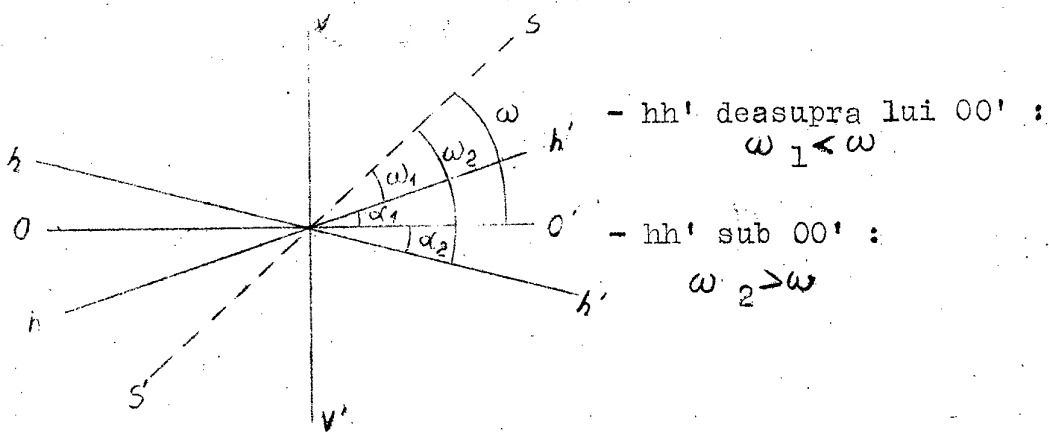
Pentru ca unghiurile verticale să fie corect măsurate, trebuie ca linia hh' a vernierelor să se confunde cu linia orizontală OO'.

Orizontalitatea liniei hh' a vernierelor este dată de nivela N, fixată pe bară.

Dacă nivela N nu este rectificată, atunci se pot prezenta două cazuri :

./.

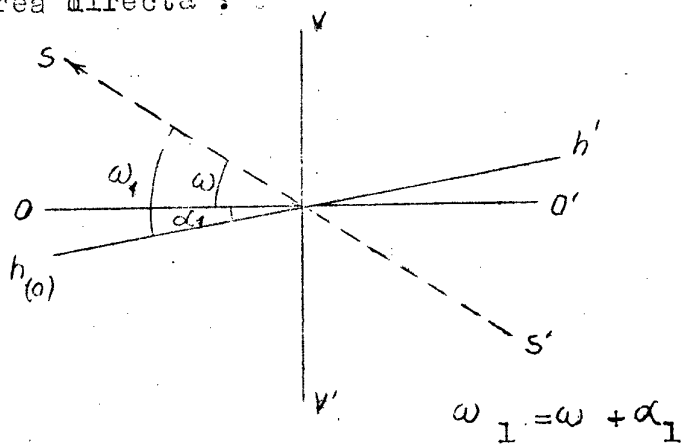
= 44 =



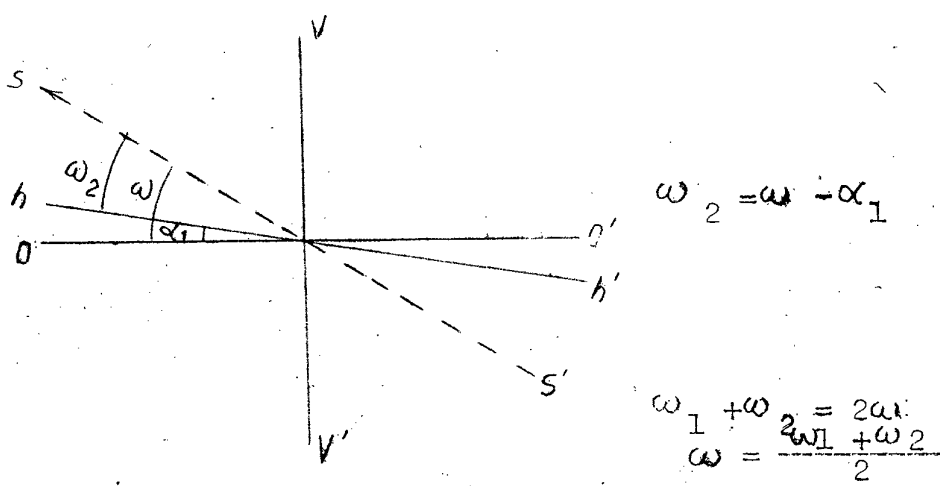
- Linia hh' să fie cu zero deasupra liniei OO', unghiurile de pantă măsurate fiind mai mici decât cele reale.
- Linia hh' să fie cu zero sub linia OO', unghiurile de pantă fiind mai mari decât cele reale.

Să presupunem însă o citire direct și peste cap, în cazul când hh' este sub OO' :

Citirea directă :



Citirea peste cap :



Așa dar, prin citirea direct și peste cap, se elimină și această eroare !

= 45 =

Pe această bază, linia orizontală a cercului vertical se rectifică astfel :

- Se vizează un punct de pe teren, direct și peste cap, citindu-se unghiurile verticale.
- Se face media celor 2 citiri.
- Se pune media pe cercul vertical și se punctează acelaș punct.
- - Se aduce bula între repere dela șurubul de rectificare al nivelei echimetrului
- Se reface operația de 2-3 ori.
- In afară de unghiurile verticale, am văzut că, în nivelmentul direct se mai măsoară și distanțele.

Acestea se măsoară cu :

- Panglica sau firul.

--Cu mira, pe baza principiului stadimetric.

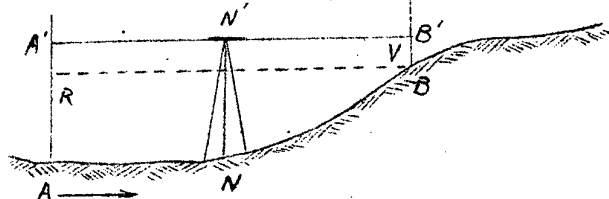
Descrierea și principiile de măsurare cu aceste aparate se vor face în cadrul cursului de topografie.

= 45 =

CAPITOLUL III.NIVELMENTUL GEOMETRIC (direct)1/. GENERALITATI

Metoda nivelmentului geometric constă în a determina în plan orizontal, care să intersecteze o serie de verticale duse prin punctele ce trebuiesc să fie nivelate. Cunoscându-se, apoi, distanțele pe verticalele dela aceste puncte la planul orizontal determinat, se pot deduce diferențele de nivel dintre punctele de nivelat.

Nivelmentul direct se execută, deci, prin vize orizontale, date cu un instrument numit "nivelă", și cu ajutorul unor mire instalate în punctele de măsurat.



N' fiind nivela instalată în punctul N, A' și B' sunt punctele unde planul orizontal A' N' B' intersectează mirele AA' și BB', instalate respectiv în punctele de nivelat A și B.

Citirile pe mire sunt :

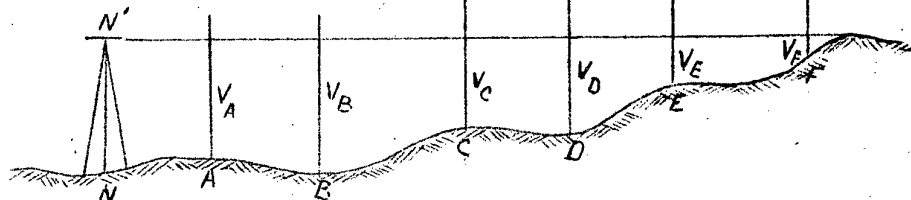
$$\begin{aligned} AA' &= R & (\text{înapoi}) \\ BB' &= V & (\text{înainte}) \end{aligned}$$

Diferența de nivel dintre punctele A și B, în acest caz, este:

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= R - V, \text{ pentru sensul } A \rightarrow B \\ \Delta h_2 &= V - R, \text{ pentru sensul } B \rightarrow A \\ \Delta h_1 &= -\Delta h_2. \end{aligned}$$

Distanța dintre 2 mire succesive (AB) se numește nivelee, iar distanța dela aparat la miră se numește portee.

Principiul rămâne valabil și în cazul când sunt de măsurat mai multe puncte:



$$\Delta h_{AB} = V_A - V_B$$

$$\Delta h_{AC} = V_A - V_C$$

$$\Delta h_{AF} = V_A - V_F$$

Acesta fiind principiul de bază al nivelmentului geometric, se vede că el se deosebește întru totul de nivelmentul trigonometric:

- Nivelmentul geometric măsoară direct diferențele de nivel, pe când nivelmentul trigonometric le măsoară indirect, prin unghiuri și distanțe; din această cauză, nivelmentul geometric se mai numește și nivelment "direct".

= 46 =

- Măsurând direct înălțimile, nivelmentul geometric este mai precis decât nivelmentul trigonometric.

- Calculele folosite în nivelmentul geometric se reduc numai la adunări și scăderi, pe când nivelmentul trigonometric implică un calcul mai complicat.

- Nivelmentul direct nu se pretează însă decât pe terenuri cu pante acceptabile și nu lucrează decât cu vize scurte, de max. 30-100 m., pe când nivelmentul trigonometric se pretează la terenuri accidentate și lucrează cu vize lungi chiar până la 8 km. (la jos) sau 10-15 km. (la munte) - concomitent cu planimetria.

Așa dar, nivelmentul direct este mai leht și mai scump, pe când nivelmentul indirect este mai rapid și mai efin.

- Ținând seama de aceste considerente, nivelmentul geometric este specific topografiei, pe când nivelmentul trigonometric este specific geodeziei.

Nivelmentul geometric se execută în general când avem de nivelat o succesiune de puncte, cum ar fi o șosea, o cale ferată, un dig, un baraj, etc., - sau când se urmărește să se obțină o precizie deosebită, chiar pe un teren cu pante mai mari.

Operațiunile nivelmentului direct sunt :

a.- Se pune mira pe fiecare punct de nivelat, instalându-se pe câte un țaraș cu cui sau pe broască, în funcție de precizia urmărită.

direct

În cazul unei drumuirii de nivelment (la căi ferate, drumuri, etc.) se lucrează cu două mire: una înainte și alta înapoi.

b.- Se pune nivela în stație, rectificându-se înainte a începe citirile pe mire.

La instalarea nivelei trebuie să se aibă în vedere următoarele condițiuni :

• - Viza dela aparat la miră să nu depășească în general, distanța de 75-80 m., deoarece numai până la această distanță se poate asimila suprafața de nivel a aparatului cu planul orizontal materializat de această..

În cazul nivelmentului geometric, eroarea datorită sfericității pământului se face simțită chiar la distanțe mici, precizia în acest caz fiind de ordin milimetric. Astfel :

- Pentru $D = 100 \text{ m.}$. . . $r = 0,00000006819 \cdot D^2 = 0,68 \text{ mm.}$

- Pentru $D = 200 \text{ m.}$. . . $r = 0,00000006819 \cdot D^2 = 2,72 \text{ mm.}$

Pentru a avea deci $r < 0,5 \text{ mm.}$, trebuie să ne limităm la $D = 75-80 \text{ m.}$

Deși R poate fi eliminat prin porțea egale, această distanță limită rămâne totuși ca cea mai practică, atât pentru posibilitatea de apreciere a citirilor pe miră cu o precizie de 1 mm., cât și pentru eliminarea vibrațiilor atmosferice, care jenează cu atât mai mult vederea cu cât viza este mai lungă.

- Aparatul să fie instalat la jumătatea distanței dintre mire, pentru ca erorile vizelor, ce provin dela sfericitatea pământului, să fie egale în ambele sensuri și să se anuleze :

$$\Delta h = (R+r) - (V+r)$$

$$\Delta h = R - V$$

Toleranța echidistanței aparat-mire este în general de 1-2 m., în raport de ordinul de precizie al nivelmentului ce se execută.

./.

= 47 =

- Vizele să nu se apropie de pământ la mai puțin de 0,50 m., pentru a evita zona vibrațiilor atmosferice mai intense.

c.- Se citesc mirele astfel :

- Cu nivela - bloc:

- 1-a lectură: mira dinapoi.
- 2-a lectură: mira dinainte.

Pentru nivelmentul de precizie, lecturile se fac la toate 3 firele.

- Cu nivela reversibilă

- 1-a lectură: mira dinapoi.
- 2-a lectură: mira dinainte,
- ✓ Se dă luneta peste cap
- 3-a lectură: mira dinapoi.
- 4-a lectură: mira dinainte.

Lecturile se fac numai la firul median.
Citirile se înscriu în carnet.

d.-, Lucrul se face de regulă dimineața până la 11 și după amiaza dela ora 15 spre seară.

2/. METODELE NIVELMENTULUI GEOMETRIC.

Nivelmentul direct se poate executa prin trei metode :

- prin drumuire.
- prin radiere
- prin drumuire cu radieri (combinat).

3/. METODA PRIN DRUMUIRE SI VERIFICAREA OPERATIUNILOR

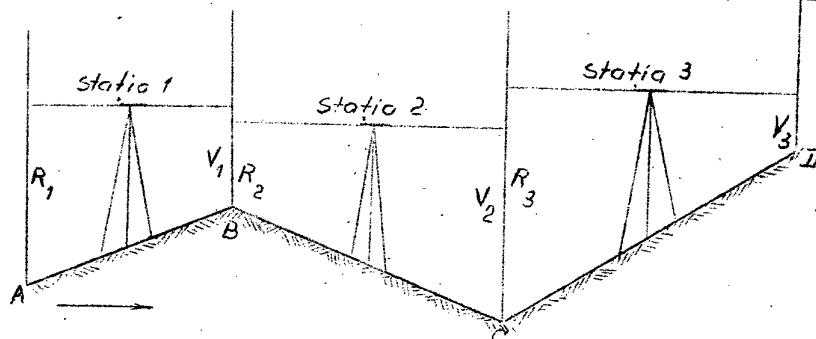
Ca și în cazul nivelmentului trigonometric, această metodă constă în a determina diferențele de nivel dintre o serie de puncte succesive, ce se găsesc pe un traseu limitat de două puncte de cote cunoscute, staționând succesiv între punctele de nivelat.

Această metodă se folosește deci :

- În cazul când avem de nivelat o succesiune de puncte, cum ar fi, de exemplu, un profil în lung, sau

- În cazul când diferența cotelor punctelor de nivelat este mai mare decât mira sau dacă distanța dintre punctele de nivelat este mai mare decât niveleea permisă.

Schematic, această metodă se prezintă ca în figura de mai jos :



Condițiunea aplicării acestei metode este deci de a se cunoaște cotele punctelor A și D.

Nici punctele A, B, C, D, nici stațiile 1, 2, 3, nu trebuie să fie situate în același plan vertical.

= 48 =

Din figură avem :

$$\Delta h_1 = R_1 - V_1$$

$$\Delta h_2 = R_2 - V_2$$

$$\Delta h_3 = R_3 - V_3$$

$$\Delta h_{A \rightarrow D} = \sum R - \sum V \quad \text{sau :}$$

$$\Delta h_{A \rightarrow D} = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3$$

Examinând formula :

$$\Delta h_{A \rightarrow D} = \sum R - \sum V,$$

putem distinge trei cazuri :

- Cazul I. : $\sum R > \sum V$

In acest caz punctul de sosire este mai sus decât punctul de plecare.

- Cazul II: $\sum R < \sum V$

In acest caz , punctul de sosire este mai jos decât punctul de plecare.

- Cazul III: $\sum R = \sum V$

In acest caz, punctul de sosire și cel de plecare au aceeași altitudine.

- Inregistrarea și calculul drumuirii de nivelment direct

Citirile pe miră se înregistrează într'un formular de următorul model :

Nr. pro- file	Dist. între pro- file	Cote o b s e r v a t e						Diferen- te + -		Ordonate definitive	OBS.
		Indărăt Medii	Ele- ment.	Intermediar Elemen- tare	Medii	Elemen- tare	Medii				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

- In coloana Nr.1 se înscrie numărul punctului vizat.
- In coloana Nr.2 se înscrie distanța dintre punctele ni-

velate;

- In coloana Nr.3 se înscrie citirea înapoi, iar în coloana Nr.8 se înscrie citirea înainte, - în caz când se lucrează cu nivelul bloc.

- In cazul când se lucrează cu nivelul reversibilă, se înscrie citirile înapoi și înainte în coloanele 4 și 7 (câte două citiri de fiecare).

= 49 =

Tot în coloanele 4 și 7 se înscriu citirile și în cazul când se citește cu nivela bloc, dar se citește la 3 fire (firul orizontal mediu și firele stadimetrice).

Apoi mediile lor se înscriu în coloanele 3 și 8.

- La rubrica "Observații" se face schița de reperaj.

Calculul cotelor se poate face în două feluri :

- Fie calculând diferențele de nivel parțiale, pentru fiecare punct succesiv, însumându-le apoi algebric:

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3$$

Aceste diferențe parțiale se înscriu în coloanele 9 sau 10, după semnul respectiv.

Cota se deduce apoi din punct în punct astfel :

$$\text{Cota B} = \text{Cota A} + \Delta h_1$$

$$\text{Cota C} = \text{Cota B} + \Delta h_2 = \text{Cota A} + \Delta h_1 + \Delta h_2$$

$$\text{Cota D} = \text{Cota C} + \Delta h_3 = \text{Cota A} + \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3$$

- Fie însumând separat citirile înapoi, separat citirile înainte, apoi făcând diferența sumelor :

$$\Delta h = \sum R - \sum V.$$

Cota se deduce direct din cota de plecare, la care s adaugă Δh :

$$\text{Cota D} = \text{Cota A} + \Delta h.$$

- Verificarea carnetului de drumuire se face pe măsura efectuării calculelor, verificându-se pagină cu pagină, după ce se calculează cotele definitive.

- Se verifică dacă numărul citirilor înapoi este egal cu numărul citirilor înainte.

- Se totalizează coloanele 3, 4, 7, 8, 9, 10.

- În cazul nivelei reversibile, când avem două citiri elementare, suma coloanei 4 trebuie să fie egală cu de 2 ori suma coloanei 3, iar suma coloanei 7 egală cu de 2 ori suma coloanei 8.

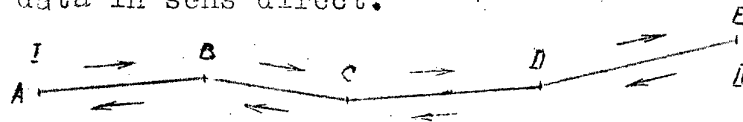
- Diferența între coloanele 3 și 8, trebuie să fie egală cu diferența dintre coloanele 9 și 10 și egală cu diferența dintre ordonatele primului și ultimului punct de pe pagină.

- Dacă numărul citirilor înapoi nu a fost egal cu numărul citirilor înainte, rămânând o citire înapoi fără pereche, atunci, înainte de a trece la calculul diferențelor și la totalizare, ultima citire înapoi se înscrie și în coloana înainte (col.8), iar pe pagina următoare această citire se înscrie pe prima linie în coloana înapoi (col.3.)

- Verificarea nivelmentului geometric prin drumuire se face în teren, prin două procedee: - fie prin reiterație, stații duble sau mire cu două fețe,

- fie prin închidere.

Procedeeul prin reiterație (dus și întors), constă în executarea nivelmentului, în sens invers și pe aceleași puncte pe care s'a executat prima dată în sens direct.



tre aceste două serii de valori sunt sub toleranțele admise (în funcție de ordinul de precizie al nivelmentului), se iau pentru cote mediile valorilor obținute.

Dacă diferențele nu intră în toleranțe, se repetă încă odată drumuirea în sens direct, luându-se apoi în considerare două din drumuirile care îndeplinesc condiția de toleranță.

Reiterația trebuie să fie executată în condițiuni atmosferice diferite de prima măsurătoare; în nici un caz ele nu trebuie executate în aceeași zi.

Procedeul prin închidere cere cunoașterea cotelor celor două puncte de la capetele drumuirii.

În acest caz, ~~ar~~trebui să avem :

$$\sum \Delta h = \text{cota } D - \text{Cota } A \text{ sau}$$

$$\sum \Delta h - (\text{cota } D - \text{Cota } A) = 0$$

Această condiție nu este însă aproape niciodată îndeplinită, ci :

$$\sum \Delta h - (\text{cota } D - \text{Cota } A) = f.$$

Acest f se numește ecartul închiderii și el reprezintă eroarea de nivelment a drumuirii. În cazul când f este sub toleranță, el se repartizează pe tot traseul drumuirii, după cum vom vedea.

Toleranța este dată de formula: $T = 2,5 \text{ e. } \sqrt{K}$, în care e este eroarea admisă pe Km., iar K este lungimea drumuirii în km.

- Nivelmentul profilului transversal. -

Ca și în cazul unui profil longitudinal, metoda drumuirii se folosește și în cazul unui profil transversal, de pildă al unei șosele.

Profilele transversale se ridică în fiecare țărș al profilului longitudinal, pe direcții normale la axul traseului, în toate părțile unde panta transversală este mai mare de 1/100.

În acest caz, citirea înapoi se face pe țărșul profilului longitudinal.

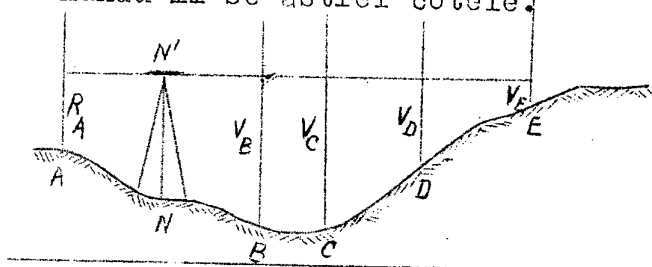
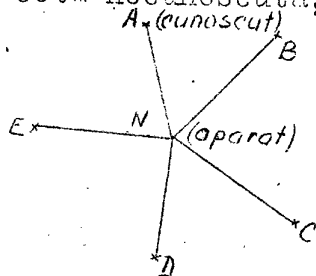
Inregistrarea și calculul se face într'un formular special pentru profile transversale, care are coloane separate pentru partea stângă și separată pentru partea dreaptă a șoselei.

4/. METODA PRIN RADIERE

Această metodă se aplică în cazul când avem de nivelat un număr de puncte pe o zonă mică, ce pot fi vizate la distanțe inferioare distanței maxime de 75-80 m.

Principial, metoda constă în a staționa într'un punct, de cotă necunoscută, de unde se dau vize spre alte puncte, printre care trebuie neapărat să fie și unul de cotă cunoscută, care se ia ca plan de bază.

Pornind de la punctul de cotă cunoscută, se adaugă cotei acestuia diferențele de nivel dintre acesta și celelalte puncte vizate, de cotă necunoscută, determinându-li-se astfel cotele.



51 =

$$\text{Cota B} = \text{Cota A} + (R_A - V_B) = \text{Cota A} + \Delta h_{AB}$$

$$\text{Cota C} = \text{Cota A} + (R_A - V_C) = \text{Cota A} + \Delta h_{AC}$$

$$\text{Cota E} = \text{Cota A} + (R_A - V_E) = \text{Cota E} + \Delta h_{AE}$$

Pentru control, trebuie ca :

$$\sum \Delta h = n R_A - \sum V$$

- În cadrul acestei metode, se mai poate prezenta o variantă și anume ca nivela să se așeze direct în punctul de cotă cunoscută (A). În acest caz, se ține seama de înălțimea aparatului ce ne dă planul de bază. Vom avea :

$$\text{Cota B} = \text{Cota A} + I_i - V_B$$

$$\text{Cota C} = \text{Cota A} + I_i - V_C$$

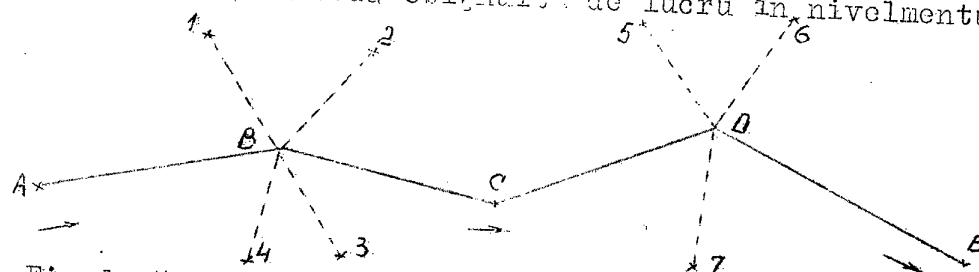
$$\text{Cota E} = \text{cota A} + I_i - V_E$$

în care I_i este înălțimea nivelei.

- Înregistrarea și calculul se arată la pct. 5.

5/. METODA PRIN DRUMUIRE ȘI RADIERE (METODA COMBINATĂ)

Aceasta este metoda obișnuită de lucru în nivelmentul direct.



Fie două puncte de cotă cunoscute, A și B - și punctele de nivelat 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,

În acest caz, se concepe o drumuire pe traseul A, C, E, cu stații în punctele B și D, din care se vor radia punctele apropiate din zona acestor stații.

Se procedează astfel :

- Se face stație în punctul B, din care:
 - prima viză se dă înapoi la A, de cotă cunoscută;
 - se dau vize intermediare la punctele 1, 2, 3, 4;
 - ultima viză se dă înainte la C.
- Se mută aparatul în D, în care :
 - prima viză se dă înapoi la C,
 - se dau vize intermediare la punctele 5, 6, 7;
 - ultima viză se dă înainte la E, de cotă cunoscută.

În plan vertical, metoda se prezintă astfel :

./.

Inregistrarea citirilor se face pe formularul arătat deja la pct. 3 și anume :

- Citirile înapoi în coloanele 3 și 4;
- Citirile intermediare în coloanele 5 și 6; aici se înscriu deci radierele;
- Citirile înainte în coloanele 7 și 8.

Diferențele se fac astfel :

- Intre citirea înapoi și prima citire intermediară imediat următoare - considerând-o ca citire înainte.
- Intre două citiri intermediare succesive, considerând prima citire intermediară ca citire înapoi, iar a doua citire intermediară ca citire înainte.
- Intre ultima citire intermediară, considerată ca citire înapoi și citirea înainte.

Dacă numărul citirilor înapoi nu este egal cu numărul citirilor înainte, iar ultima citire este o intermediară, această intermediară se înscrie în coloana înainte (col.8), iar pe pagina următoare aceeași intermediară se înscrie în prima linie în coloana înapoi (col.3).

Cotele se determină în mod normal, din punct în punct, adăugându-se la cota punctului precedent diferența de nivel a punctului considerat, pentru a i se găsi cota acestuia.

Verificarea calculului se face după regulile arătate la pct.

Se dă mai jos un exemplu de nivelment direct prin drumuire și radiere (fragment necompensat).

PAGINA 1-a

Nr. pro- file	Dist. intro- pro- file	Cote observate						Diferente		Ordonan- te de- finitive	OBSEI
		Indărăt Medii	Indărăt Elem.	Intermediare Elem.	Intermediare Medii	Înainte Elem.	Înainte Medii	+	-		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	77,20	1000								100,000	
1					0601			0399		100,399	
2	76,50				1102						
3	73,20	0800							0501	99,898	
							0020	1082		100,980	
4					1250				0450	100,530	
5	74,10				0100			1150		101,680	
		1450					1300		1200	100,480	
7	79,50										
					1500		1500		0050	100,430	
TOTAL		3250					-2820	2631	2201		
Dif.					+0430		0430			+ 0,430	

PAGINA 2-a

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7		1500								100,430	
8					0950			0550		100,980	
9					0570			0380		101,360	
10							0602		0032	101,328	
11											
etc.											
etc.											

6/. CLASIFICAREA NIVELMENTULUI GEOMETRIC

Nivelmentul geometric este o subdiviziune a nivelmentului terestru, alături de nivelmentul trigonometric, fotogrametric, barometric și nivelmentul prin radar.

Luând drept criteriu precizia urmărită prin lucru, nivelmentul geometric prezintă aspecte diferite, putând fi clasificat astfel:

- A.- Nivelment geometric de înaltă precizie
- B.- Nivelment geometric de precizie
- C.- Nivelment geometric de detaliu.

A.- Nivelmentul geometric de înaltă precizie.

Se întrebuintează pentru executarea rețelei principale a nivelmentului general. El se extinde pe suprafața mai multor țări și se dezvoltă dealungul râurilor și căilor de comunicație internaționale, executându-se pe distanțe până la 500-800 km.

Nivelmentul de înaltă precizie se execută după o tehnică specială, cu compensări prin metoda celor mai mici pătrate și ține seama atât de curbura pământului cât și de aplatismul geoidului (corecții de nivelment dinamic).

La rândul său, nivelmentul de înaltă precizie se subdivide în trei ordine :

a). Nivelment de ordinul I.

Acest nivelment se aplică pe rețele lungi de 500-800 km. și se caracterizează prin precizia de ± 1 mm/km.

Ca procedeu de lucru, nivelmentul de ordinul I. se execută cu instrumente de înaltă precizie și cu 2 mire de invar.

Mirele se țin pe repere sau pe țărugi de lemn bătuți din 50 în 50 m. (sau 75 m.), ce au în cap câte un bulon semisferic, de fier. Niveleea (distanța între mire) se ia de maximum 100-150 m. (sub 170 m. în orice caz), toleranța echidistanței aparat-mire fiind de maximum 1 mm.

= 54 =

Se dau două serii de vize pentru fiecare miră, prima serie citindu-se la trei fire - în scopul verificării distanțelor aparat-mire cât și a diferențelor stadimetrice (la care se admite o toleranță de 2-3 mm.)

Acest nivelment se face dus și întors, pe aceeași reper, toleranța pe fiecare panou fiind maximum ± 2 mm.

b). Nivelment de ordinul II.

Se aplică pe rețele mai restrânse, lungi de 200-400 km. și se caracterizează prin precizia de ± 2 mm/km.

Procedeul de lucru este același ca la nivelmentul de ord. I., cu deosebirea că toleranța echidistanței aparat-mire este de 2m., iar citirile pe mire se fac numai odată (simple).

Totuși, dimineata (la începerea lucrului), la amiază și seara, se fac câte 3 citiri duble, pentru a se putea verifica dacă sunt normale condițiile de lucru ale aparatului.

c). Nivelment de ordinul III.

Se aplică pe linii poligonale închise sau deschise, de regulă traverse sprijinite pe rețele de ordinul I și II, pe distanțe până la 100 km.

Precizia sa este de $\pm 3-5$ mm./km.

Ca procedeu de lucru, el se execută cu aparatul corespunzător, tot cu mire/miră. Mirele se țin pe repere, pe țărâși sau pe broaște. Niveleea se ia de maximum 200 m., iar toleranța echidistanțelor aparat-mire este de 3 m. Se fac numai citiri simple, verificându-se totuși nivelul cel puțin de două ori pe zi, prin câte 3 citiri duble.

Lucrul se execută numai într'un singur sens.

B.- Nivelmentul geometric de precizie.

Nivelmentul de precizie, numit și nivelment de ordinul IV, se caracterizează printr'o precizie de 5-8 mm/km.

El se aplică în poligoane închise, iar pe el se sprijină proiectarea lucrărilor de șosele, căi ferate, centrale hidraulice, irigații, etc.

Ca procedeu de lucru, nivelmentul de precizie se execută numai dus.

Porteea este nelimitată, condiționată fiind însă de vizibilitate. Se întrebuintează mire cu o singură față, instalate pe repere, pe țărâși sau pe broaște. Procedeul folosește vize duble și egale.

C.- Nivelmentul geometric de detaliu,

are ca scop executarea nivelmentului pe secțiuni de detaliu, limitate la distanțe până la 10 km., sprijinite pe rețele de ordinul I, II sau III.

Precizia acestui nivelment este de 10-20 mm/km.

Se aplică pentru nivelarea profilelor transversale pentru șosele, căi ferate, etc.

= 55 =

După ce am arătat clasificarea nivelmentului geometric, dăm mai jos câteva date asupra rețelei de nivelment de înaltă precizie din țara noastră.

O asemenea rețea de nivelment de înaltă precizie avem în Muntenia și în Transilvania.

În Muntenia nivelmentul s'a executat între anii 1898-1916, luând ca suprafață de comparație nivelul Mării Negre la Constanța.

În Transilvania, el s'a executat între anii 1863-1892, luând ca suprafață de comparație nivelul Mării Adriatice la Triest.

Nivelmentul de înaltă precizie din Muntenia constă din poligoane închise, urmând traseele căilor ferate principale sau ale șoselelor naționale. Nivelmentul se sprijină pe repere de zidărie încastrați astfel :

- pe căile ferate, sunt zidiți în clădiri, în poduri, etc., la 1 km. interval ;
- pe șosele, sunt în clădirile publice din localitățile prin care trece șoseaua, iar acolo unde sunt localități s'au plantat pe ginea șoselei pilaștri speciali de beton.

Măsurarea s'a făcut în ambele sensuri (dus și întors) și de către operatori diferiți, cu nivele Berthelénny și Zeiss și cu mire de invar.

Ecarturile au fost corectate de eroarea datorită neparalelismului suprafețelor de nivel și cu corecția ortometrică, după care s'a aplicat metoda celor mai mici pătrate.

Legătura între Muntenia și Transilvania s'a făcut în 3 puncte, găsindu-se diferențe cuprinse între +0,0199 m. și +0,5534 m., așa dar o diferență neconstantă.

Mai târziu, în 1932, s'a constatat că nivelmentul din Transilvania este cu 9 cm. mai jos, din cauza greșitei măsurări inițiale a nivelului Mării Adriatice. În urma acestei constatări, s'a făcut din nou legătura dintre Transilvania și Muntenia, găsindu-se diferențe cuprinse între -0,0701 m. și +0,4639m.

Nivelmentul din Transilvania, în prezent, se face din nou, tot pe baza suprafeței de comparație a Munteniei (Marea Neagră). Pentru restul țării au avem o rețea de nivelment de înaltă precizie.

Se dă mai jos rezultatul legăturii de nivelment dintre Muntenia și Transilvania :

Rețeaua de nivelment	Canton 307 Predeal	VESTEM TURNU - ROSU	Canton 10 VARCIEȘ
A. Transilvania	1000,5945	988,5161	53,0194
B. Muntenia	1000,5746	388,4529	53,4660
A-B inițial	+ 0,0199	+0,0632	+0,5534
A-B 1932	- 0,0701	-0,0268	+0,4639

./.

= 56 =

7/. ERORI IN NIVELMENTUL GEOMETRICa). Eroarea maximă admisibilă.

- Eroarea maximă admisibilă este diferența maximă ce poate să existe între valoarea reală și valoarea găsită prin măsurătoare pentru cota unui punct oarecare din interiorul unui circuit, în afara de punctul de închidere, a cărui eroare admisibilă trebuie să fie în orice caz mai mică decât eroarea maximă admisibilă.

- In nivelmentul de ordinul I, am văzut că toleranța pe p-noul de 150 m. este de 2 mm.

Intr'un km. fiind 6,66 panouri, eroarea medie tolerabilă pe km. este :

$$e = \pm 2 \sqrt{6,66} = \pm 5 \text{ mm.}$$

Fie două puncte A și B.

Distanța AB = 4,5 km.

Pentru dus și întors, D = 9 km.

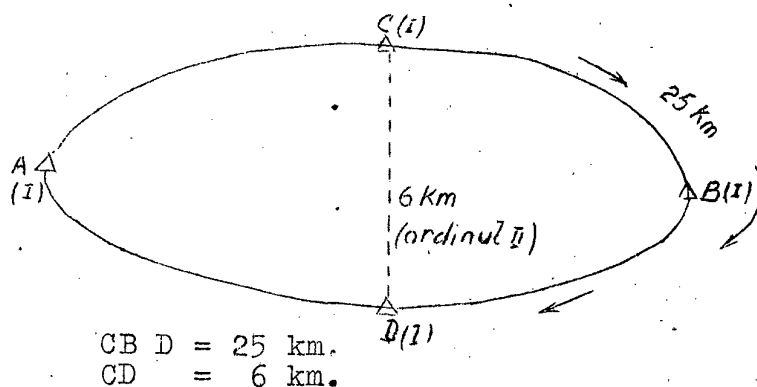
$$e = \pm 5 \sqrt{9} = \pm 15 \text{ mm.}$$

Eroarea maximă admisibilă este egală cu 2 erori medii tolerabile :

$$e_{\text{max.}} = \pm 15 \times 2 = \pm 30 \text{ mm.}$$

- In nivelmentul de ordinul II, eroarea maximă admisibilă se stabilește ca în exemplul de mai jos :

Fie 2 reperi C și D dintr'o rețea de nivelment de ordinul I, între care se face un nivelment de ordinul II



Eroarea medie pe km. la nivelmentul de ordinul II este de $\pm 5 \text{ mm/km.}$

Eroarea medie, proprie a nivelmentului primitiv (ord.I) pe traseul CBD, este :

$$e_1 = \pm 5 \sqrt{25} = \pm 25 \text{ mm.}$$

Eroarea medie, proprie a nivelmentului de ordinul II, între C și D, este :

$$e_2 = \pm 5 \sqrt{6} = \pm 12 \text{ mm.}$$

Eroarea medie totală este :

$$e = \pm \sqrt{e_1^2 + e_2^2}$$

$$e = \pm \sqrt{25^2 + 12^2} = \pm 28 \text{ mm.}$$

$$= 57 =$$

Eroarea maximă admisibilă :

$$e_{\max.} = 2 e = 2. (+ 28) = \pm 56 \text{ mm.}$$

- In nivelmentul de ordinul III. :

$$\text{Eroarea medie} = + 5 \text{ mm/km.}$$

$$\text{Eroarea maximă admisibilă} = \pm 10 \text{ mm/km.}$$

- In nivelmentul de ordinul IV:

$$\text{Eroarea medie} = + 3 \text{ mm/km.}$$

$$\text{Eroarea maximă admisibilă} = \pm 16 \text{ mm/km.}$$

b). Repartizarea eroarei de închidere a unui traseu.

Dacă ecartul real de închidere a traseului este în limitele toleranței, acest ecart trebuie repartizat la toate punctele intermediare de pe traseu, cu scopul de a obține :

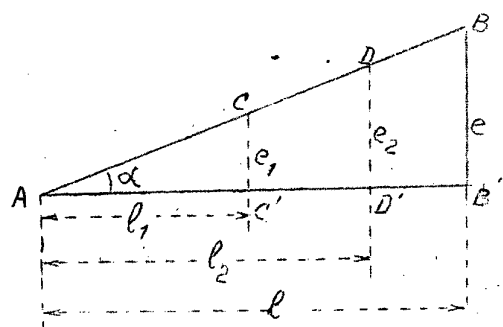
- fie zero, dacă nivelmentul se închide pe punctul de plecare;
- fie diferența cotelor celor doi réperi, de plecare și de sosire.

Corecția totală sau compensația este egală cu ecartul real de închidere, dar cu semnul schimbat.

Repartizarea ecartului se face în două moduri, după cum panta terenului este mai mică sau mai mare decât 5%.

- Dacă panta terenului este inferioară lui 5%.

In acest caz, repartiția ecartului se face proporțional cu distanțele pe plan, dela origine la punctele corespunzătoare.



$$\text{tg. } \alpha < 5\%$$

- Fie traseul de nivelment A,C,D,B.
- l_1 , l_2 și l sunt distanțele corespunzătoare dintre A și punctele C,D,B.
- e_1 , e_2 , e , sunt erorile corespunzătoare punctelor C, D, B.
- ε_1 , ε_2 , ε , sunt corecțiile.

Avem :

$$\frac{e}{e_1} = \frac{l}{l_1}; e_1 = \frac{e}{l} \cdot l_1$$

$$\frac{e}{e_2} = \frac{l}{l_2}; e_2 = \frac{e}{l} \cdot l_2$$

$$\varepsilon_1 = - e_1$$

$$\varepsilon_2 = - e_2$$

Exemplu:

Nivelment de ord. II.

$$\begin{cases} l = 11,223 \text{ km.} \\ l_1 = 4,751 \text{ km.} \\ l_2 = 7,352 \text{ km.} \\ \Delta h_{AB} = 55,135 \text{ m.} \\ e_{AB} = + 17 \text{ mm.} \end{cases}$$

$$= 59 =$$

$AB_{III} = 15,759 \text{ km.}$, pe circuitul de ord.III.

$$\Delta h_{AB} = 475,312 \text{ m.}$$

$$\Delta h_{AC} = 151,421 \text{ m.}$$

$$\Delta h_{AD} = 322,235 \text{ m.}$$

$$e_{AB/IV} = -21 \text{ mm.}$$

- Vedem dacă ecartul este admisibil :

$$\text{pentru ordinul III : } e_1 = \pm 10 \sqrt{15,759} = \pm 39 \text{ mm.}$$

$$\text{pentru ordinul IV : } e_2 = \pm 16 \sqrt{8,451} = \pm 46 \text{ mm.}$$

$$e = \sqrt{e_1^2 + e_2^2} = \pm \sqrt{39^2 + 46^2} = 61 \text{ mm.}$$

$$21 < 61$$

- Scoatem valoarea pantei :

$$p = \frac{\Delta h_{AB}}{\ell} = \frac{475,312}{8,451} = 0,0564$$

$$0,0564 > 0,05$$

Repartizarea se face deci proporțional cu diferențele de nivel.

- Se face repartizarea ecartului :

$$e_1 = \frac{e}{\Delta h_{AB}} \cdot \Delta h_1 = \frac{-21}{475,312} \cdot 151,421 = -7 \text{ mm.}$$

$$e_2 = \frac{e}{\Delta h_{AB}} \cdot \Delta h_2 = \frac{-21}{475,312} \cdot 322,235 = -14 \text{ mm.}$$

$$\text{Verificare: } e_1 + e_2 = e$$

$$-7 - 14 = -21$$

- Se aplică la Δh , corecțiile :

$$\xi_1 = +7 \text{ mm. se adaugă la } \Delta h_1;$$

$$\xi_2 = +14 \text{ mm. se adaugă la } \Delta h_2;$$

8/. APARATE, VERIFICAREA SI RECTIFICAREA LOR.

Pentru nivelmentul geometric se întrebuintează nivela.

Nivela este un aparat care are numai două axe :

- Axul vertical, în jurul căruia se mișcă aparatul;
- Axul lunetei, care se confundă cu axul orizontal.

Ambele axe sunt perpendiculare între ele și sunt concurente în centrul optic al lunetei.

Aparatul se compune din :

- Lunetă, cu nivela (cuplată la lunetă) care-i asigură orizontalitatea vizelor.

- Suportul cu 3 picioare pentru calaj.

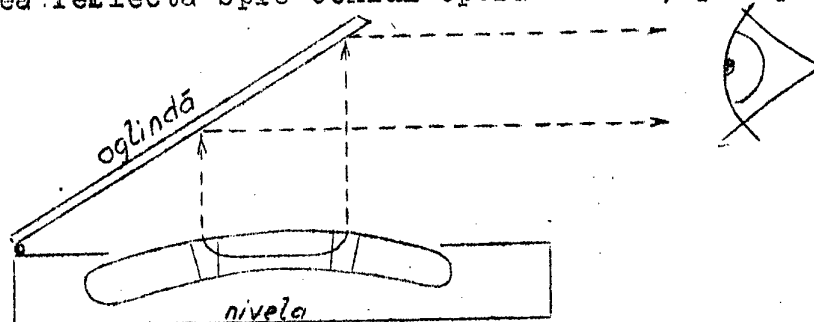
- Tripiedul, cu placa sa și trei picioare neteluscopice.

./.

De importanță primordială pentru nivelă este modul cum se apreciază exactitatea bulei între reperele sale. Din acest punct de vedere, transmiterea poziției bulei la ochiul operatorului se poate face prin două sisteme:

- Sistemul cu oglindă.

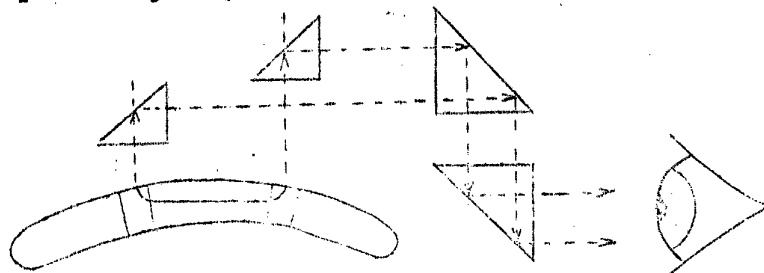
Constă într-o oglindă ce se poate roti deasupra nivelei, pentru a putea reflecta spre ochiul operatorului, poziția bulei.



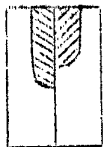
Este un sistem mai puțin precis.

- Sistemul cu prisme.

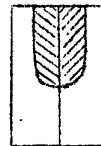
Razele de lumină de la capetele bulei sunt duse la ochiul operatorului prin niște prisme, după principiul din figura de mai jos :



Imaginile apar pe jumătate și alăturate, dând posibilitatea să se aprecieze cu mare precizie poziția orizontală a nivelei. Ele se prezintă astfel :



bula nu este între repere



bula este exact între repere.

Toate nivelele de precizie folosesc sistemul cu prisme.

- Verificarea și rectificarea nivelei.

O nivelă bloc trebuie să îndeplinească următoarele condițiuni :

a). Axul principal să fie vertical când bula se află între repere.

În acest scop, se procedează astfel :

- Se calează aparatul după care se botește în jurul axului vertical pentru a se vedea dacă bula rămâne între repere.

- Dacă bula nu rămâne între repere, înseamnă că trebuie rectificată nivela.

- Se așează nivela paralelă cu 2 picioare de calap, se aduce bula între repere.

./.

= 61 =

- Se rotește nivela, cu tot cu aparat, cu 200° , spre a veni paralelă cu aceleași picioare, dar întoarsă cap la cap.

- Abaterea bulei dela repere se rectifică $1/2$ dela șurubul de rectificare al nivelei, iar $1/2$ dela cele 2 șuruburi de calaj.

- Se repetă operația de 2-3 ori, până când bula nu se mai abate dela repere.

- Se calează din nou aparatul cu nivela astfel rectificată.

b). Firul orizontal al reticulului să fie orizontal în adevăr.

- Se rotește luneta, vizând un punct cu firul orizontal.

- Dacă firul rămâne mereu pe punct, el este orizontal. În caz contrar, se rotește placa cu fire reticule dela șuruburile sale de rectificare.

c). Axa optică a lunetei să coincidă cu axa sa geometrică.

- Se pune în stație nivelul exact între două mire, situate la distanțe egale de 20 m., pe țărugi cu cui de fier.

- Se citește înainte și înapoi, făcându-se diferența citirilor.

- Se mută nivela într-o stație exterioară mirelor, foarte aproape de una din ele (2 m.)

- Se citește din nou pe cele 2 mire, rămase pe aceiași țărugi; se face diferența citirilor.

- Dacă cele două diferențe nu coincid, se mută reticulul în sensul convenabil reieșit din calcul, astfel ca să se obțină din stația exterioară citiri a căror diferență să fie egală cu diferența citirilor făcute în stația medie.

- Se repetă operațiunea.

Această ultimă rectificare trebuie însă făcută cu o grijă deosebită și la intervale mari de timp.

Acest defect se corectează și printr-o poziție medie cât mai exactă a aparatului între cele două mire.

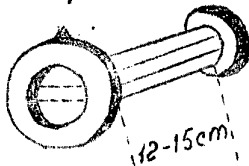
- Mirele ce se întrebuințează sunt, fie cu panglică de invar, fie de lemn, - și trebuiesc gradate cât mai precis.

- Reperi de nivelment.

Nivelmentul se marchează pe teren prin diverși reperi de nivelment. Ei pot fi de două feluri :

- Sub formă de disc, cuplat la o țeavă ce se încastrează în zidărie la + 0,40 - 0,50 m. dela sol.

Discul are uneori un pinten deasupra, pe care se dă cota reperului. Numărul reperului și cota se scriu pe o placă, ce se fixează fie mai sus de disc, fie că se nituește în mijlocul discului.

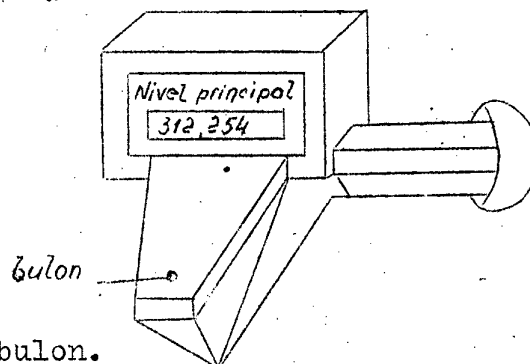


Acest reper se întrebuințează pentru puncte secundare.

./.

= 62 =

- Pentru punctele principale, se întrebuintează reperi mai masivi, ce se încastrează în găuri și în clădirile publice importante, la un interval de 5 km.



Cota se dă pe bulon.

- Borne bulonate.

Sunt borne grele, îngropate în pământ circa 0,80 m., având deasupra 0,10-0,15 m., cu secțiune circa 0,30/0,30. În ele li se încastrează cu ciment un bulon pe care se dă cota.

- Afară de acești reperi, se mai folosesc: țărugi, buloane în blocuri de piatră, etc.

- Broaște.

Se întrebuintează pentru a susține mirele, acolo unde nu sunt ținute pe reperi. Constau din niște triunghiuri de metal, de 1,5 - 2 kg. greutate, cu trei picioare ascuțite, având în mijloc un bulon pe care se ține talpa mirei.

- Umbrela.

Nivelmentul direct cere ca aparatul să fie în permanență protejat de razele solare, cu ajutorul unei umbrele albe.

***@00===

= 63 =

CAPITOLUL IV.NIVELMENTUL D I N A M I C

Noțiunea de "nivelment dinamic" este indisolubil legată de nivelmentul direct de înaltă precizie de ordinul I.

Se știe că baza nivelmentului clasic este definiția altitudinii, în virtutea căreia altitudinea unui punct este diferența de nivel a acestui punct față de o suprafață de referință, care este nivelul mării.

Această definiție pleacă dela premiza că pământul este o sferă, iar suprafețele de nivel ale diferitelor puncte de pe pământ sunt de asemenea sferice și paralele cu suprafața de referință,

În cadrul acestui sistem, înseamnă că sunt valabile următoarele reguli:

a) Toate punctele de pe aceeași suprafață de nivel au aceeași cotă.

b) Diferența dintre altitudinile a două puncte diferite este egală cu diferența de nivel a celor două suprafețe de nivel ce trec prin punctele considerate.

c) Dacă raportăm altitudinile celor două puncte la o a treia suprafață de nivel de referință, înseamnă că aceasta se traduce prin a adăuga sau a scădea un același număr la cotele celor două puncte.

Întreg acest sistem, astfel definit, constituie nivelmentul ortometric.

Globul pământesc însă nu este o sferă, ci un elipsoid de revoluție. Datorită acestei deosebiri fundamentale, cele trei reguli enunțate mai sus nu mai sunt valabile, deoarece :

a) Punctele de pe aceeași suprafață ortometrică de nivel, în afară de cele de pe suprafața de nivel zero, au altitudini reale diferite.

Astfel, între două puncte situate pe un lac la altitudinea de 800 m. și la latitudinea de 50°, distanțate între ele cu 35 km., există o diferență de altitudine de 20 mm.

De asemenea, o măsurătoare între Marsilia și Dunquerque, a stabilit o diferență, față de diferența cotelor ortometrice, de 26 cm.

b) Diferența dintre altitudinile a două puncte nu mai este egală cu diferența celor două suprafețe, de nivel ortometrice, deoarece suprafețele de nivel sunt din ce în ce mai distanțate între ele, dela pol către ecuator, unde se ajunge la distanțe maxime.

= 64 =

g) Dacă s'ar raporta altitudinile celor două puncte (de pe suprafețele reale de nivel respective) la o a treia suprafață de comparație, nu se mai poate aduna sau scădea o aceeași cantitate cotele punctelor, din cauza neparalelismului suprafețelor de nivel între ele și cu suprafața de comparație.

Din aceste motive, s'a recurs la o nouă noțiune, anume nivelmentul dinamic, pornind de la considerentul că gravitația, măsurată în puncte egal depărtate de centrul pământului, este egală.

Punctele de egală gravitație se consideră situate pe aceeași suprafață de nivel dinamică, iar aceste puncte au aceeași cotă dinamică, care nu mai este afectată de forma pământului și care se măsoară în Kgm. Diferența de nivel dinamică dintre două puncte, este în cazul acesta, numărul constant în Kgm. necesar pentru a transporta unitatea de masă dintr'unul în celălalt punct considerat. Această diferență de nivel dinamică este, pentru aceeași diferență de nivel ortometrică, invers proporțională cu intensitatea gravitației în punctele considerate, care descrește de la pol către ecuator.

În cadrul noțiunii de nivelment dinamic, este lesne de înțeles că cele 3 reguli enunțate pentru nivelmentul ortometric redevin valabile, dar în sens dinamic.

Considerând două puncte A și B, pe suprafața pământului, rezultă că vom avea :

$$g_a h_a = g_b \cdot h_b, \text{ în care :}$$

g_a și g_b exprimă gravitația în A și B;

h_a și h_b sunt altitudinile ortometrice ale punctelor A și B

- Pe baza tuturor acestor considerente teoretice s'au dedus câteva relațiuni ce se întrebuintează în practică - și anume:

$$dH_d = dH \frac{g}{g_{50}} \quad \text{în care :}$$

dH_d = diferența de nivel dinamică dintre 2 puncte.

dH = diferența de nivel ortometrică între cele 2 puncte.

g = intensitatea gravitației în punctul considerat.

g_{50} = intensitatea gravitației la 50° latitudine și la nivelul mării.

g se calculează după formula :

$$g = g_{50} (1 - \alpha \cos 2L - \beta H), \text{ în care}$$

L = latitudinea punctului;

H = cota punctului ;

α = 0,00264;

β = 0,000000196.

- Diferența de nivel dinamică a unei laturi determinată de 2 puncte este :

$$dH_d = dH - Cd, \text{ în care } Cd \text{ este o corecție dinamică}$$

= 65 =

de valoarea :

$$\alpha = -dH (\alpha \cos 2 L + \beta H)$$

- Cota dinamică a unui punct :

$$\text{Cota dinamică} = \text{cota ortometrică} + a.$$

a se numește aditiv dinamic și are valoarea :

$$a = -\alpha H \cos 2 L - \frac{\beta}{2} H^2$$

Corecția dinamică se aplică tuturor nivelmentelor de ord.I.
ce sunt executate pe distanțe ce depășesc 40 km.

===oOo===

=66=

CAPITOLUL V.

NIVELMENTUL FOTOGRAMETRIC

Nivelmentul fotogrametric constă în determinarea nivelmentului unei zone prin interpretarea fotogramelor - fie aeriene, fie terestre, cu ajutorul aparatelor de fotorestituție.

El este de două feluri :

A. Nivelment fotogrametric pentru triangulații.

Acesta se caracterizează prin folosirea metodelor de aerotriangulație și se aplică pe teren pe rețele și linii poligonale de circa 10-15 km.

Precizia acestui nivelment este strâns legată de metoda stereofotogrametrică adoptată pentru executarea aeronivelmentului, precum și de precizia aparatului de fotorestituție întrebuințat.

"Aeronivelmentul" folosește ca nivelment general de reper - în general pentru întocmirea anteproectelor, precum și pentru control.

B. Nivelment fotogrametric de detaliu.

Acesta este un nivelment numeric sau mai curând grafic, rezultat din desfășurarea metodei de fotorestituție folosite. El se aplică pentru distanțe mici de maximum 1 km. și se aprijină pe nivelmentul de reperaj și control.

Nivelmentul fotogrametric de detaliu întrebuințează, pentru teren accidentat, fotograme terestre, iar pentru teren așezat (câmpii și platouri) folosește fotograme aeriene.

000

Nivelmentul fotogrametric constă în determinarea nivelmentului unei zone prin interpretarea fotogramelor - fie aeriene, fie terestre, cu ajutorul aparatelor de fotorestituție.

El este de două feluri :

A. Nivelment fotogrametric pentru triangulații.

Acesta se caracterizează prin folosirea metodelor de aerotriangulație și se aplică pe teren pe rețele și linii poligonale de circa 10-15 km.

Precizia acestui nivelment este strâns legată de metoda stereofotogrametrică adoptată pentru executarea aeronivelmentului, precum și de precizia aparatului de fotorestituție întrebuințat.

"Aeronivelmentul" folosește ca nivelment general de reper - în general pentru întocmirea anteproectelor, precum și pentru control.

B. Nivelment fotogrametric de detaliu.

Acesta este un nivelment numeric sau mai curând grafic, rezultat din desfășurarea metodei de fotorestituție folosite. El se aplică pentru distanțe mici de maximum 1 km. și se aprijină pe nivelmentul de reperaj și control.

CAPITOLUL VI.NIVELMENTUL BAROMETRIC1/. GENERALITATI

Nivelmentul barometric are la bază principiul conform căruia descreșterea presiunii atmosferice este proporțională cu creșterea altitudinii și a temperaturii.

Plecând de la acest principiu, se măsoară pe teren, în ambele puncte între care se cere a se determina diferența de nivel, atât presiunile atmosferice cât și temperaturile respective, cundouă barometre de acelaș tip. Observațiile se fac simultan și de trei ori pe zi: la orele 7, 13 și 18.

Cu aceste elemente, se calculează diferența de nivel cu una din formulele de mai jos :

$$a). H_A - H_B = 18400 \left(1 + \alpha \frac{t_A - t_B}{2} \right) \log \frac{p_A}{p_B}$$

în care : $-H_A$ și H_B sunt cotele punctelor A și B;

t_A și t_B sunt temperaturile în punctele A și B, în momentul măsurătorii ;

p_A și p_B sunt înălțimile barometrice în punctele A și B, în momentul măsurătorii; în aceste valori intră și corecțiile barometrului.

α este un coeficient termic, determinat conform legilor lui Boyle - Mariotte și Charles Gay - Lussac.

b). Formula lui Laplace:

$$H_A - H_B = 18393 \left[1 + \frac{2(t_A + t_B)}{1000} \right] \log \frac{p_A}{p_B}$$

c). Formula lui Babinet:

$$H_A - H_B = 16000 \left[1 + \frac{t_A + t_B}{500} \right] \cdot \frac{p_A - p_B}{p_A + p_B}$$

în care p_A și p_B sunt presiunile în A și B, reduse la zero. A reduce presiunile la zero înseamnă a găsi valorile lor atunci când mercurul și scala gradată a barometrului, ar fi la zero. Reducerea se face cu formula :

$$p_0 = \frac{p_t}{1 + K \cdot t} \text{ sau}$$

$$p_0 = p_t - K \cdot p_t \cdot t, \text{ în care:}$$

- p_t și p_0 sunt presiunile la t° și 0° ;

- $K = 0,00162$

$$d). H_A - H_B = (p_A - p_B) \cdot \frac{M_A + M_B}{2}, \text{ în care :}$$

- M_A reprezintă numărul de metri corespunzători la 1 mm. de coloană barometrică, la pres. și temperatura pct. A (inferior)

- M_B : analog pt. pct. B (super).

./.

= 68 =

M_A și M_B sunt dați în tabele speciale.

2/. PROCEDEE DE NIVELMENT BAROMETRIC SUNT :

a/. Metoda cu barometrul fix și cu barometrul ambulant constă în menținerea unui barometru într'un punct fix și în deplasarea unui al doilea barometru din punct în punct de măsurat, măsurătorile făcându-se simultan conform unei înțelegeri convenite.

b/. Metoda în trepte constă în măsurarea inițială simultană a două puncte A și B, după care ambele barometre se deplasează simultan fiecare cu câte un punct mai departe (respectiv în B și C). Procedeu se repetă în B și C, în C și D, în D și E, etc.

c/. Metoda cu un singur barometru, constă în efectuarea măsurătorilor numai cu un aparat, ce se deplasează din punct în punct de măsurat, cu obligația ca în final măsurătorile, să se încheie pe punctul de plecare.

În măsurătorile nesimultane, trebuie să se țină seama că între orele 9-10 și 21-22, avem maxime de presiune, iar între orele 3-4 și 15-16 avem minime de presiune.

3/. PRECIZIA nivelmentului barometric este mult mai mică decât a nivelmentului geometric, trigonometric și chiar barometric, dat fiind faptul că însăși procedeele folosite sunt expeditiv și puțin precise.

Iată mai jos un exemplu de preciziiile obținute într-o triangulație de 40 km., după categoria de nivelment folosită :

Categoria de nivelment	Precizia
(Direct (geometric)	+ 0,02 m.
Geodezie (trigonometric)	+ 0,50 m.
Barometric	+ 10,00 m.

Precizia rezultatelor nivelmentului barometric ajunge până la ± 15 m.

Față de această precizie, rezultă că nivelmentul barometric este întrebuințat pentru lucrări de recunoașteri terestre, pentru cercetări geografice și militare, - și în vederea întocmirii de schițe și crochiuri topografice.

4/. APARATELE folosite în nivelmentul barometric pot fi :

a) Barometrul cu mercur, fie Fortin, fie cu cuvetă.

Este mai precis, dând înălțimea coloanei de mercur până la $1/20$ din mm. Este însă fragil, se mănuește și se transportă greu.

b) Barometre metalice sau aneroidice.

Sunt foarte maniable, solide, eftine și nevoluminoase, dar sunt mai puțin precise.

Se bazează pe elasticitatea diferită a metalelor.

== 0 0 0 ==

= 70 =

CAPITOLUL VII.

NIVELMENTUL PRIN RADAR

Este cel mai nou procedeu, bazat pe tehnica recent descoperită a "radar"-ului. În același timp, este și procedeul cel mai rapid, de nivelment.

Ca precizie, nivelmentul prin radar se poate asimila cu nivelmentul trigonometric.

Ea noi acest procedeu nu a fost încă întrebuințat și nici nu avem date suficiente în această privință.

*==oOo==

CAPITOLUL VIII.
REPREZENTAREA FORMELOR DE TEREN

Scopul nivelmentului este de a găsi cotele punctelor din teren, pentru ca apoi să se poată reprezenta în plan relieful terenului.

Reprezentarea terenului începe mai întâiu cu fixarea poziției planimetrice a punctelor ridicate; reprezentarea reliefului urmează numai după această operațiune.

Există mai multe metode pentru reprezentarea nivelmentului pe hartă:

- 1.- Planul cotate.
- 2.- Metoda curbelor de nivel.
- 3.- Metoda hașurilor.
- 4.- Metoda laviurilor.
- 5.- Metoda tentelor hipsometrice.
- 6.- Planul în relief.

1/. PLANUL COTAT este cea mai simplă reprezentare a reliefului, constând din reportarea planimetrică, la scara aleasă, a tuturor punctelor din teren ce modifică relieful - și înscrierea cotei respective lângă fiecare punct.

$\oplus(86,00)$ $\oplus(75,00)$ $\oplus(71,00)$ $\oplus(77,00)$
 $\oplus(80,00)$ $\oplus(79,00)$ $\oplus(77,50)$ $\oplus(84,00)$
 $\oplus(65,60)$ $\oplus(79,50)$
 $\oplus(57,00)$ $\oplus(72,00)$ $\oplus(73,50)$
 $\oplus(51,50)$ $\oplus(59,00)$ $\oplus(61,00)$ $\oplus(60,00)$

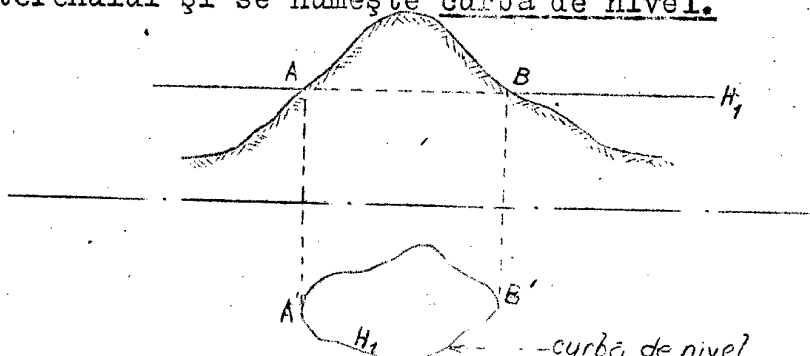
Cotele în teren se ridică prin orice metodă de nivelment.

Aceasta este o reprezentare exactă, care însă reclamă un mare număr de puncte pentru ca planul să fie complet. Pe de altă parte, planul este mult încărcat din cauza înscrierii cotelor; deasemeni, este neclar și nesugestiv.

2/. METODA CURBELOR DE NIVEL

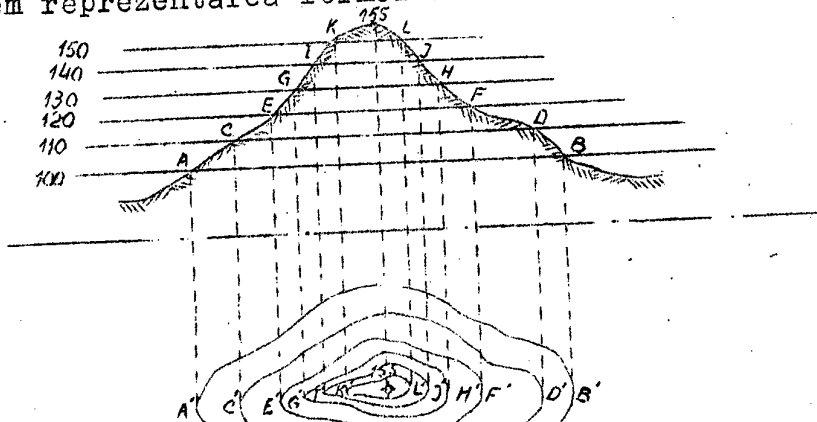
A/. GENERALITATI

Dacă intersectăm o formă de teren cu un plan orizontal de cotă H_1 , acesta intersectează suprafața solului după o urmă curbă neregulată, care are proprietatea să ea conține toate punctele de cotă H_1 de pe suprafața terenului și se numește curbă de nivel.



= 72=

Dacă acelaș teren îl intersectăm cu mai multe plane orizontale (deci paralele între ele) și la distanță egală unul la altul, apoi proiectăm curbele obținute, pe acelaș plan orizontal de bază, obținem reprezentarea formei de teren respective (fig.)



Distanța egală între planele orizontale secante se numește echidistanță. Ea variază în funcție de scara planului, după posibilitățile ce le avem de a reprezenta grafic, pe plan, curbele de nivel sau punctele cotate.

Echidistanța metrică, redusă la scara planului, se numește echidistanță grafică.

Echidistanța grafică nu poate fi mai mică de 1 mm., ceea ce, la diferite scări, corespunde în metri astfel :

Scara	1 : 2000	Echidistanța	= 0,001x2000 = 2 m.
"	1 : 5000	"	= 0,001x5000 = 5 m.
	etc.		

Această echidistanță se poate reduce cu 1/2 în cazul terenurilor ușor ondulate.

Împreună cu scara hărții, echidistanța condiționează densitatea de puncte la hectar. Nu se poate deci ridica un teren la o scară oarecare, iar curbele de nivel să se raporteze la altă scară.

Metoda curbelor de nivel este cea mai convenabilă dintre toate metodele.

B/. LUCRARILE ÎN TEREN pentru determinarea curbelor de nivel sau determinarea cotelor, se pot încadra într'unul din următoarele procedee: - procedeul direct.
- procedeul indirect.

a) Determinarea directă a curbelor de nivel pe teren se mai numește și "filarea" curbelor de nivel. Ea constă în a determina pe teren, direct, punctele topografice de aceeași cotă, care, unite între ele, vor da naștere la o curbă de nivel.

Se practică două metode de determinare a punctelor de cotă egală :

- prin radiere și
- cu ajutorul lanțului.

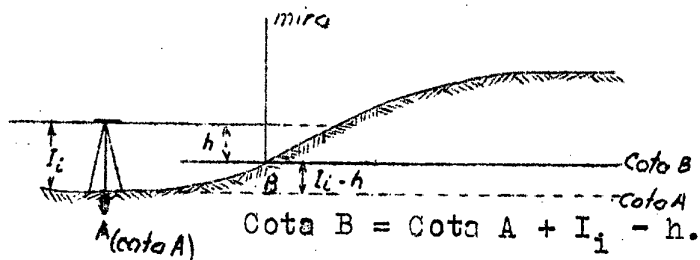
Metoda prin radiere se execută fie cu nivelul, fie cu tachimetrul la zero, instalat într'un punct central A față de traseul bănuît al curbei.

./.

= 73 =

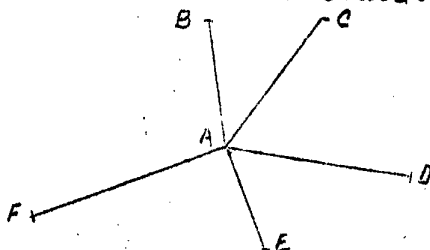
Punctul de stație trebuie să fie de coordonate și cotă cunoscute; contrariu, se ia o cotă arbitrară, stabilindu-se ulterior cota reală.

Se trimite un ajutor cu o miră, care mută pe teren mira până ce se citește pe ea valoarea $h = \text{cota } A + I_1 - \text{cota } B$, în care cota A este cota punctului de stație, cota B este cota curbei filate, I_1 este înălțimea instrumentului iar h este diferența dintre planul orizontal al instrumentului și planul orizontal al cotei ce vom să determinăm. În acest punct se fixează un țaruș, care este situat pe curba de nivel căutată.



Pe acest țaruș se fac citiri de orientare și distanțe, fie pe loc - dacă lucrăm cu tachimetrul, fie ulterior - dacă filăm curbele cu nivelul (neavând cerc orizontal la nivel). Prin aceste citiri se determină poziția planimetrică a țarușului; cota se cunoaște chiar din momentul în care el a fost plantat.

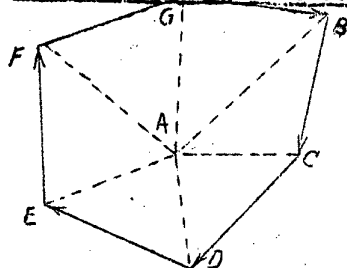
Se procedează analog pentru determinarea altor puncte, la nevoie mutându-se și aparatul în alt punct de cotă cunoscută, până se termină cu filarea curbei de nivel căutate.



La fel se filează curbele de nivel următoare, la echidistanța stabilită.

Radierea se poate executa și cu planșeta.

Metoda cu ajutorul lanțului



$$h = \text{Cota } A + I_1 - \text{Cota } B$$

Se staționează în punctul A. de coordonate și cotă cunoscute și se determină punctul B de pe curba de nivel căutată, așa cum s'a arătat la radiere.

Pentru fixarea punctului C de pe curba de cotă B, în timp ce un lucrător ține capătul lanțului în B, alt lucrător plimbă mira la celălalt capăt al lanțului, până ce aparatul citește pe miră același număr h , fixându-se astfel punctul C.

./.

= 74 =

Se procedează analog pentru restul de puncte de pe curba filată.

La fiecare punct, aparatul citește numai orientarea respectivă (fără distanță).

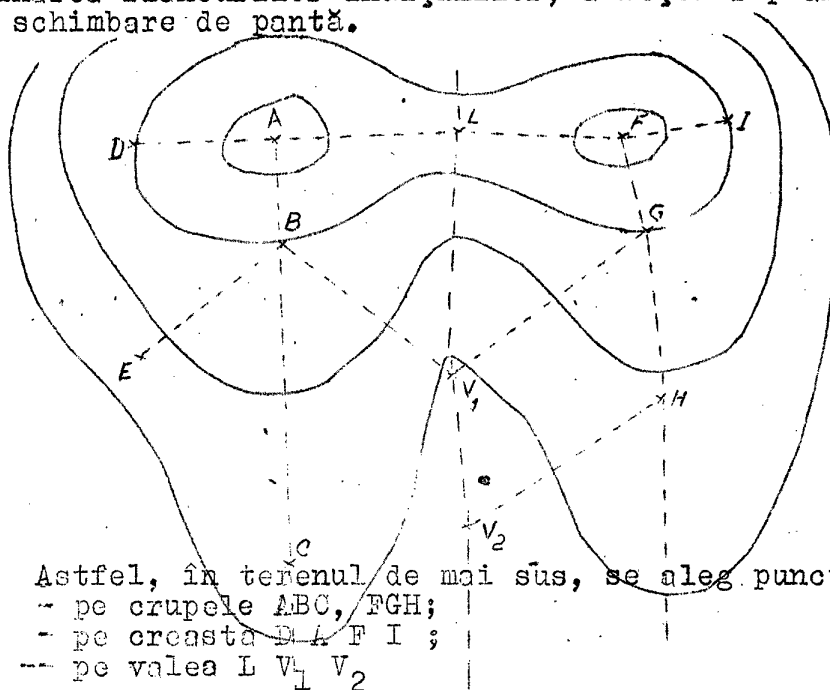
Acelaș lucru se poate realiza și cu planșeta.

b) Determinarea indirectă a curbelor de nivel.

Metodele directe dau o precizie mare, dar cer timp îndelungat, deci sunt scumpe.

Când nu este nevoie de o precizie prea mare, curbele de nivel se determină indirect, pe plan, pe baza unui canevas de nivelment ridicat direct în teren.

Punctele canevasului de nivelment se aleg astfel încât ele să poată servi la determinarea muchiilor din teren (creste, văi, etc.), la determinarea flancurilor înălțimilor, a fețelor plane cât și a liniilor de schimbare de pantă.



Astfel, în terenul de mai sus, se aleg punctele de

canevas : - pe crupele ABC, FGH;

- pe creasta D A F I ;

- pe valea L V₁ V₂

- pe liniile de cea mai mare pantă (fac cel mai mare unghi cu planul orizontal) :

BE, BV₁, GV₁, HV₂

Aceste puncte, fixate pe liniile caracteristice în numărul impus de densitatea prescrisă, li se determină atât coordonatele planimetrice cât și cotele.

B. TRASAREA CURBELOR DE NIVEL PE HARTA

a.- În cazul procedurii directe.

Radieră.-

Se reîmaginează, prin coordonatele planimetrice cunoscute, punctul de stație al aparatului. Prin orientările citite în teren și prin distanțele reduse la scară hărții, se reîmaginează punctele de cotă egală, radiate din punctul de stație.

Se unesc aceste puncte între ele, rezultând curba de nivel.

Se procedează analog, până se obțin toate curbele, implicând forma terenului.

./.

- Metoda cu ajutorul lanțului.

Se reportează punctul de stație și primul punct radiat, ca în cazul radierei. Pentru punctul următor, se reportează pe plan orientarea respectivă sub forma unei drepte, care se intersectează cu un arc de cerc cu centrul în primul punct radiat (B) și cu deschiderea cât lungimea lanțului redusă la scara planului. Acesta este punctul C, de cotă egală cu B. Se procedează analog pentru restul punctelor, apoi se unesc între ele, rezultând curba de nivel.

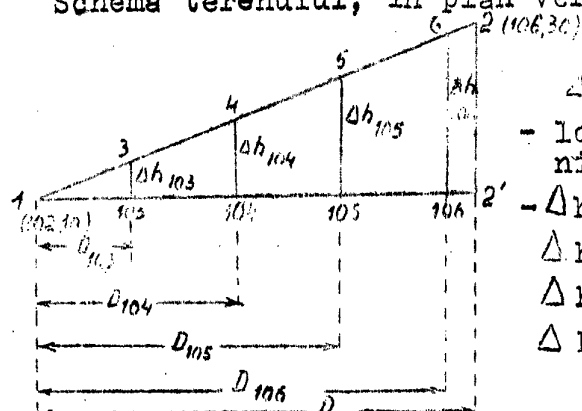
b.- In cazul procedurii indirecte, se procedează prin interpolare, fie numeric, fie grafic.

- Procedura numerică constă în găsirea punctelor de pasaj a curbelor de nivel prin rezolvarea unor proporții, considerând că între două puncte de cote ridicate în teren în cadrul canevasului de nivelment, altitudinea variază uniform.

Fie punctele: - 1, de cotă 102,10 m.
- 2, de cotă 106,30 m.

în cadrul unui plan la scara 1:1000. Față de scară, echiidistanța curbelor trebuie să fie de 1 m.

Schema terenului, în plan vertical, este următoarea :



$D = 540$ m.
 $\Delta h = 106,30 - 102,10 = 4,20$ m.
- 103, 104, 105, 106, sunt curbele de nivel la aceste cote.
 $\Delta h_{103} = \text{cota } 103 - 102,10$
 $\Delta h_{104} = \text{cota } 104 - 102,10$
 $\Delta h_{105} = \text{cota } 105 - 102,10$
 $\Delta h_{106} = \text{cota } 106 - 102,10$

Din triunghiurile 1, 2, 2' și 1, 3, 103, avem :

$$\frac{\Delta h_{103}}{\Delta h} = \frac{D_{103}}{D}$$

$$D_{103} = \frac{\Delta h_{103}}{\Delta h} \cdot D$$

$$D_{103} = \frac{0,90}{4,20} \cdot 540 = \dots$$

$$D_{104} = \frac{1,90}{4,20} \cdot 540 = \dots$$

$$D_{105} = \frac{2,90}{4,20} \cdot 540 = \dots$$

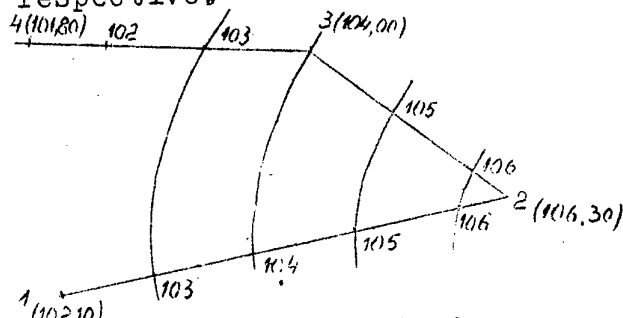
$$D_{106} = \frac{3,90}{4,20} \cdot 540 = \dots$$

Se unește pe plan punctul 1 și punctul 2 (reportate). Pe dreapta 1,2, se reportează la scară D_{103} , începând din punctul 1; punctul rezultat este punctul de pasaj al curbei de nivel 103. Cu D_{104} , se găsește punctul curbei de nivel 104. etc. În modul acesta se procedează la interpolare și între celelalte puncte ale canevasului de nivelment, determinându-se alte puncte de pasaj ale diferitelor curbe de nivel.

./.

= 75 =

Se unesc punctele de pasaj de cote egale, obținându-se curbele de nivel respective.

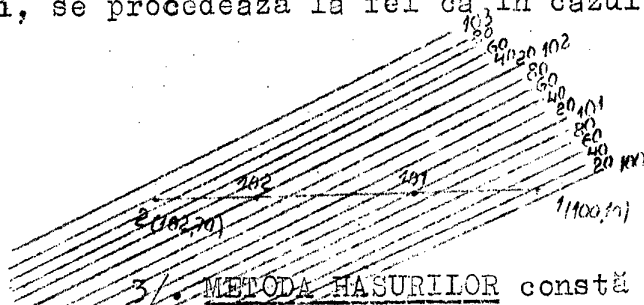


Interpolările se fac atât între punctele de pe aceeași linie caracteristică de teren, cât și între punctele de pe linii caracteristice diferite (creastă și vale).

- Procedeul grafic constă în interpolare cu ajutorul unui grafic.

Se ia o hârtie de calc, milimetrică, și se gradează cu cotele întregi între care se situează cele două puncte ce servesc la interpolare (1 și 2), pentru fiecare metru rezervându-se 5 benzi orizontale, de câte 1 mm.

Se reportează punctul 1 în banda corespunzătoare cotei acestuia, după care se suprapune pe punctul 1 de pe plan, ambele puncte înțepându-se cu acelaș ac. Se rotește hârtia milimetrică până ce banda corespunzătoare cotei punctului 2 se suprapune peste punctul 2 de pe plan; se punctează pe calc acest punct. Se unește 1 cu 2 pe calc, iar punctele unde linia este intersectată de liniile corespunzătoare curbelor cu cote întregi, sunt punctele de pasaj ale curbelor de nivel. Aceste puncte se înțepă pe plan și se numerotează cu cotele respective. De aici, se procedează la fel ca în cazul procedeului numeric

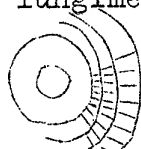


101 și 102 sunt punctele de pasaj ale curbelor de nivel de 101 și 102 m.

3/. METODA HAȘURILOR constă în a reprezenta terenul prin proiecțiunile liniilor de cea mai mare pantă dintre două curbe de nivel succesive, cu scopul de a se obține efecte diferite de luminozitate.

Intrucât ele întunecă hărțile, se întrebuintează azi numai acolo, unde curbele de nivel sunt prea dese.

În trasarea lor ne ghidăm după Legea sfertului, depărta-rea între hașuri fiind egală cu un sfert din lungimea lor. Grosimea lor este invers proporțională cu lungimea hașurilor.



4/. METODA LAVIURILOR completează, ca și hașurile, metoda curbelor de nivel. Ea constă în aplicarea unor texte de laviu de tuș de diferite tonuri cu atât mai deschise cu cât panta este mai slabă și mai închise cu cât panta este mai pronunțată.

Pentru expresivitate, se folosește de preferință principiul luminii dela Nord Vest.

= 77 =

Lăvurile sunt normate după un diapazon, derivând toate dintr'un acelaș ton normal.

5/. METODA TENTELOR HIPSOMETRICE, constă în reprezentarea formelor de teren prin culori variate : brun, cafeniu deschis, galben și verde, fiecare cu nuanțe variate, corespunzând : munților, dealurilor, văilor, etc.

Se întrebuintează în special la hărțile geografice.

6/. Planul în relief.

Se bazează pe materializarea curbelor de nivel prin cartoane de egală grosime, conform scării verticale adoptate.

El are întrebuintări speciale, fiind greu de purtat dintr'un loc în altul.

x⁷
x x

NOTA: Tot ceea ce s'a tratat până aici din capitolul mare al NIVELMENTULUI, FACE PARTE DIN NIVELMENTUL TERESTRU.

În afară de nivelmentul terestru, mai există însă două ramuri cu întrebuintări speciale :

- nivelmentul nautic sau hidraulic.
- și - nivelmentul minier.

CAPITOLUL IX.- NIVELMENTUL NAUTIC SAU HIDRAULIC, se execută :

- fie dealungul cursurilor de apă,
- fie pentru determinarea nivelmentului fundului mărilor.

Nivelmentul dealungul cursurilor de apă se execută după principii asemănătoare cu cele ale nivelmentului terestru.

Nivelmentul fundului mărilor se bazează pe folosirea ultrasunetului, executându-se după principii cu totul diferite.

Acest capitol nu face obiectul cursului de față.

====o0o====

CAPITOLUL X.- NIVELMENTUL MINIER, prezintă deosebiri derivate direct din caracteristicile lucrului în mină.
Nici acest capitol nu face obiectul cursului de față.

====o0o====

Ing.A.Mihail.

București, 1.II.1953.

Redactat de: Galan Ion
Verificat de: Anghel Nicolae.

- 77 - bis

P A R T E A II-A

T R I A N G U L A T I E S I G E O D E Z I E

Lucrări pregătitoare și teren

TRIANGULATIA SI GEODEZIA GENERALITATI SI MASURAREA BAZELOR

GENERALITATI SI DEFINITII

Geodezia este stiinta care se ocupa cu studiul formei si dimensiunilor pamantului, atat in intregul lui cat si in portiuni ale sale.

Domeniul geodeziei.

Geodezia are ca obiect masurarea suprafetelor mari care afectează forma sferică a pamantului, cu precizia foarte mari.

In domeniul geodeziei intra :

- măsurători pe o țară întreagă sau chiar pe un continent.
- determinarea lungimii unui arc de meridian sau paralel.
- determinarea razei pamantului.
- studiarea formei pamantului
- etc.

Topografia este stiinta cu ajutorul căreia putem culege de pe teren măsuri unghiulare și liniare, care coordonate într'un mod judicios, permit prin utilizarea unor semne convenționale a defini forma exactă a unei porțiuni de teren.

Topografia este o ramură a geodeziei.

Domeniul topografiei.

Topografia se ocupa cu masurarea suprafetelor mici, care nu afectează forma sferică a pamantului.

In topografie, teoria măsurătorilor este mai simplă, iar precizia operațiunilor este mai redusă.

In domeniul topografiei intra măsurătorile :

- terenurilor gospodăriilor agricole de Stat și colective
- pădurilor
- teritoriilor comunelor
- teritoriilor cadastrale
- etc.

Topografia are două părți mari :

- Planimetria, care are ca scop determinarea situării punctelor în plan (coordonatele punctelor).
- Nivelmentul, care se ocupa cu determinarea înălțimii punctelor (cota).

Planimetria, folosește următoarele metode :

- metoda triangulației
- " intersecției
- " drumuirii
- " coordonatelor polare (metoda radierii)
- " coordonatelor rectilinii.

Canevasul triangulației.

Pentru a putea măsura un teren parecare, de o întindere mai mare și pentru a putea efectua măsurătoarea cu precizia necesară, trebuie să acoperim acel teritoriu cu o rețea de triunghiuri bine ornate și la care urmează să raportăm ulterior detaliile topografice ale terenului.

Această rețea de triunghiuri se numește canevasul triangulației.

Punct astronomic fundamental este punctul geodezic, cărui

i se determină prin metode astronomice coordonatele geografice (longitudinea M și latitudinea L) pe elipsoidul de referință.

Punctul astronomic fundamental se alege depărtat de munți și malul mării pentru a se evita anomaliile datorite deviației verticalei.

Precizia determinării acestui punct este în jur de 10 metri.

În cazul triangulației R.P.R. punctul astronomic fundamental se găsește în București, la Observatorul Militar din Dealul Piscului, pe pilastrul de Vest al Observatorului. Coordonatele sale geografice pe elipsoidul de referință sunt :

- $L = 49^{\circ} 34' 38''$, 150 Nord
- $M = 29^{\circ} 01' 38''$, 520 Est Greenwich

Azimutul direcției de referință (Z), este unghiul pe care-l face o direcție a triangulației noastre cu direcția meridianului ce trece prin punctul astronomic fundamental.

Direcția triangulației considerată se numește direcție de referință.

În cazul triangulației R.P.R. $Z = 141^{\circ} 14' 59''$, 890 (azimutul bazei militare Ciorogârla).

Baza de triangulație (bază geodezică):

Pentru a se putea calcula o rețea de triangulație se măsoară pe teren direct una din laturi sau o latură legată de triangulație prin unghiuri. Această latură se numește baza triangulației.

Triangulația.

Dacă într'un canevas de triangulație se măsoară o bază și toate unghiurile canevasului, vom dispune de toate elementele necesare pentru calculul triangulației. Determinând/pe teren orientarea unei laturi, vom putea deduce prin calcul orientările celorlalte laturi cu ajutorul unghiurilor măsurate. Având baza, unghiurile canevasului și orientările laturilor, putem trece la calculul laturilor și coordonatelor tuturor vârfurilor rețelei.

Ansamblul acestor operațiuni începând cu studiul pe hartă și recunoașterea în teren și terminând cu calculul coordonatelor vârfurilor canevasului se numește triangulație.

Operațiunile unei triangulații (topografice sau geodezice.)

a) Lucrări pregătitoare, care constau în studierea în birou a unei hărți existente pe care stabilim canevasul triangulației și înălțimea semnalelor.

b) Lucrări de teren, constând în :

- recunoașterea terenului cu harta în mână pentru a fixa amplasarea punctelor stabilite pe hartă și a verifica înălțimea semnalelor.

- plantarea și bornarea semnalelor.
- alegerea locului bazelor și măsurarea lor.
- efectuarea observațiilor (citirea tuturor unghiurilor orizontale și verticale).

- alegerea punctului astronomic fundamental și determinarea astronomică și gravimetrică a acestui punct (numai pentru triangulația geodezică).

c) Lucrări de birou (calcul)

- Compensarea unghiurilor, atât în stație pe tur de orizont

./.

= 88 =

cât și compensarea în ansamblul canevasului.

- calculul orientărilor laturilor.
- " laturilor
- " coordonatelor.

Lucrările sunt aceleași și pentru triangulația topografică și pentru cea geodezică; metodele însă diferă.

Clasificarea punctelor de triangulație (geodezice)

Punctele de triangulație (geodezice) se clasifică pe ordine:

- Ordinul I. : punctele alese pe accidentele cele mai ridicate ale terenului, amplasate la distanțe de cel puțin 20 km. unul de altul.

Ansamblul acestor puncte constituie rețeaua de ordinul I, având 1 punct la 3-400 kmp.

- Ordinul II. : punctele amplasate de asemenea pe accidentele topografice mari, în interiorul rețelei de ordinul I.

În interiorul unui triunghi de ordinul I, se plantează 2-3 puncte de ordinul II, la distanță de 10-20 km. Rezultă 1 punct la 150-250 kmp.

- Ordinul III. În interiorul unui triunghi de ordinul I, pot fi 3-20 puncte de ordinul III, depărtate între 5-10 km., revenind 1 punct pe 50 kmp.

- Ordinul IV. : punctele distanțate la 1-3 km., rezultând o densitate de 1 punct pe kilometru patrat.

- Ordinul V. : punctele depărtate la 0,5 km. revenind 4 puncte pe kilometru patrat.

Cu punctele de ordinul I, II și III se ocupă triangulația geodezică, iar cu cele de ordinul IV și V triangulația topografică.

Punctul de ordinul I-III se numesc puncte geodezice.

Punctele de ordinul I se numesc puncte geodezice de ordin superior. Punctele de ordinul II și III, se numesc puncte geodezice secundare.

Punctele de ordinul IV și V sunt denumite puncte geodezice inferioare.

Punctele de ordinul I-III formează triangulația fundamentală.

CAPITOLUL I.

LUCRARI PREGATITOARE.

Studierea în birou a regiunii de triangulat pe o bază existentă.

Studiul în birou a regiunii de triangulat se face pe o hartă de ansamblu, la scara 1:20.000, 1:50.000 sau 1:100.000, cu scopul de:

- a imagina pe hartă canevasul triangulației.
- a stabili înălțimea ce trebuie să dăm semnalelor în diferitele puncte ale rețelei.
- a studia itinerariile de acces la fiecare din punctele canevasului.

= 81 =

A. Alegerea sistemului de osatură geometrică.

Prima operație a studiului în birou este stabilirea osaturei geometrice a canevasului (forma canevasului).

Osatura geometrică a unui canevas poate fi :

- a) Bloc uniform (se aplică în cazul țărilor mici)
- b) Ansamblu de lanțuri geometrice (cazul țărilor mari, inclusiv a R.P.R.). Aceste lanțuri geodezice sunt dirijate după meridiene și paralele.

B. Numărul și amplasamentul lanțurilor de meridiene și paralele.

A doua operațiune este fixarea lanțurilor de meridiene și paralele.

Lanțurile sunt depărtate între ele dela 150 la 200 km.

Trebuie să se dea o atenție deosebită punctelor de intersecție a acestor lanțuri, unde se vor măsura bazele geodezice.

Lanțurile geodezice în Republica Populară Română

1. Lanțurile meridiene.

- Lanțul meridian central București, sprijinit pe 3 baze :

- baza dela București
- " " O.Stalin
- " " Rădăuți.

- Lanțul de Vest al arcului de meridian internațional, sprijinit pe două baze :

- baza Lugoj
- baza Satu Mare

2. Lanțurile paralele.

- Lanțul paralel de centru de 45° latitudine, sprijinit pe 3 baze :

- baza Lugoj
- " O.Stalin
- " Brăila.

Acest lanț face parte din arcul paralel mijlociu internațional. Se continuă în U.R.S.S., închizându-se pe baza dela Tatar Buhar.

- Lanțul paralel de Nord de $46^{\circ}30'$, sprijinit pe bazele :

- Satu Mare
- Roman

Lanțul paralel de Sud, plecând dela baza București și trecând în R.P. Bulgaria.

Bazele sunt comune: lanțurile de meridiene și paralele.

Aceste lanțuri de meridiene și paralele alcătuiesc triangulația primordială a R.P.R. În interiorul acestei rețele avem rețeaua de ordinul II și III, care însă nu este efectuată decât în unele regiuni ale țării.

În momentul de față se proiectează rețeaua de ordinul II și III în Oltenia.

/.

Trasăm pe hartă viza AB. Suprapunem marginea unei bucăți de hârtie pe această viză și însemnăm punctele A, a, b, c, B unde viza AB intersectează curbele de nivel..

Pe o bucată de hârtie milimetrată luăm una din liniile orizontale ca axă a distanțelor și marcăm pe ea, cu ajutorul bandei de hârtie, punctele de intersecție ale vizei cu curbele de nivel.

Luăm una din liniile verticale ale hârtiei milimetrată ca axă a cotelor și la o scară convenabil aleasă (spre exemplu 1 cm.=20 m.) notăm valoarea curbelor de nivel intersectate de viza AB.

Marcăm pe hârtie milimetrată punctele A', a', b' . . . B' unde perpendicularele duse prin punctele A, a, b, . . . B intersectează liniile orizontale ce reprezintă valoarea cotelor punctelor respective.

Unind punctele A', a', b', . . . B' obținem profilul în lung al vizei AB.

Concluzia profilului poate fi necesitatea schimbării unuia din punctele stabilite inițial pe hartă (cazul figurei).

Studiind profilul în lung trebuie să avem în vedere și existența acoperirilor. (Pădurile (a căror înălțime se ia 30 m.) localitățile, etc., pot acoperi punctele.

D. Stabilirea înălțimii semnalebr.

1°. În regiunile muntoase, înălțimea semnalelor, indiferent de ordin, este în general mică.

In terenuri accidentate descoperite (înălțimea piramidelor este de 10-12 m. (piramide cu un singur pod).

2°. La șes înălțimea piramidelor trebuie să fie mai mare, din două motive:

- pentru a înlătura efectul obstacolelor (ondulațiuni ale terenului, movile, păduri, culturi, etc.).

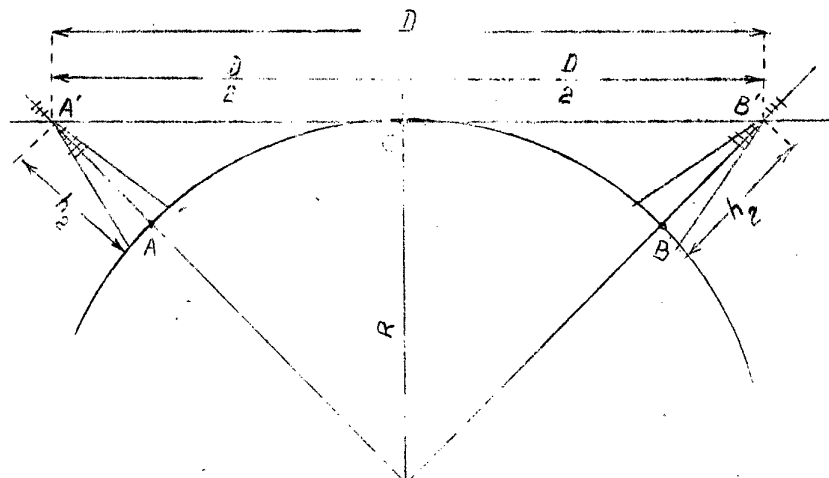
- pentru a se ține seama de curbura pământului și refracției atmosferice, care coboară raza vizuală sub orizont (sfericitatea și refracția fiind proporționale cu pătratul distanței, problema se pune în special pentru punctele de ordinul I și II, care sunt depărtate la peste 10 km.).

In teren șes înălțimea semnalelor se determină astfel :

a) In general raza vizuală trebuie să rămână 3 metri deasupra pământului pentru a nu fi influențată de miraj.

$$h = 3 \text{ m.}$$

b) Înălțimea semnalului trebuie să fie astfel aleasă ca viza să nu fie împiedecată de curbura pământului și refracție.



= 4 =

Fig.Nr. Calculul înălțimii semnalelor ținându-se seama de curbura pământului și refracția atmosferică.

Considerăm două puncte A și B aflate la aceiași înălțime. Pentru ca din punctul A să vedem punctul B și reciproc, trebuie să dăm ambelor semnale o înălțime h_2 .

Fie D depărtarea dintre cele două puncte. Raza vizuală A'B' este tangentă în centrul arcului ACB, deci :

$$A'C = CB' = \frac{D}{2}$$

Se vede din figura de mai sus, că înălțimea h_2 ce trebuie să dăm fiecăruia din cele două semnale este egală cu coborîrea razei vizuale CA' sau CB' sub orizont datorită sfericității pământului (s) și refracției atmosferice (r).

$$s = + \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{2R}$$

$$r = -K \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{2R}$$

$$h_2 = s - r = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{2R} - K \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{2R} = \frac{1-K}{2R} \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$K = 0,13$$

$$R = 6.379.027,5 \text{ m.}$$

$$h_2 = \frac{1-0,13}{2R} \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{0,87}{2R} \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{0,435}{R} \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$h_{2 \text{ metri}} = \frac{0,435}{6.379.027,5 \text{ m.}} \times \left(\frac{D \text{ m.}}{2}\right)^2 = \frac{0,435}{6.379,0275 \text{ km.}} \times \frac{\frac{D \text{ metri.}}{1000} \cdot \frac{D \text{ mtr.}}{1000}}{2^2}$$

$$h_{2 \text{ metri}} = \frac{0,435 \times 1000}{6.379.027,5 \text{ km.}} \times \frac{\frac{D \text{ m.}}{1000} \cdot \frac{D \text{ m.}}{1000}}{2^2} = \frac{435}{6.379,0275 \text{ km.}} \cdot \left(\frac{D \text{ km.}}{2}\right)^2$$

$$h_2 \text{ metri} = \frac{1}{14,7} \left(\frac{D \text{ km.}}{2}\right)^2$$

c) O altă condiție este ca semnalul să fie văzut sub un unghi de cel puțin 1 minut (se adaugă semnalului un plus de înălțime reprezentând un coeficient de siguranță).

$$h_3 \text{ metri} = D \text{ metri} \times 0,00157 = 0,157 D \text{ km.}$$

Înălțimea ce trebuie să dăm semnalelor punctelor aflate la aceiași înălțime va fi :

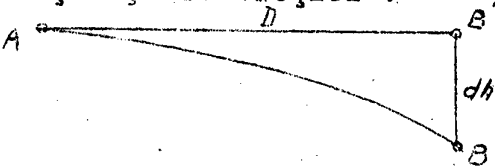
$$h = h_1 + h_2 + h_3$$

Pe baza valorilor stabilite pentru h_1 , h_2 și h_3 și în funcție de diferite distanțe, s'a calculat în tabela de mai jos înălțimea necesară semnalelor în teren șes, în cazul că punctele sunt la aceeași înălțime.

D km.	h_1 m.	$h_2 = \frac{1}{14,7} \left(\frac{D \text{ km.}}{2} \right)^2$ m.	$h_3 = 0,157 D \text{ km.}$ m.	$h = h_1 + h_2 + h_3$ m.
10	3	1,70	1,57	6,27
15	3	3,83	2,36	9,19
20	3	6,80	3,14	12,94
30	3	15,31	4,71	23,02
40	3	27,21	6,28	36,49

Dacă într'un teren șes putem staționa în anumite puncte do-
minante, nu va mai fi necesar să constrăim semnale înalte (piramide
cu mai multe etaje) decât orizontul vizibil din punctul respectiv este
mai mare ca depărtarea la care se găsește punctele ce trebuiesc vizate.

Scoborîrea razei vizuale sub orizont datorită sfericității
pământului și refracției atmosferice (dh) este egală cu suma algebric-
că a valorii sfericității și refracției :



D = distanța dintre cele 2 puncte

Fig.Nr.

$dh \text{ metri} = \frac{1}{6.379,0275} D^2 \text{ km.}$

$dh \text{ metri} = \frac{1}{14,7} D^2 \text{ km.} \approx \frac{D^2 \text{ km.}}{15}$

Cu ajutorul acestei relații s'a întocmit tabela de mai jos :

TABEL DE SCOBORIREA RAZEI VIZUALE SUB ORIZONT
DATORITA SFERICITATII PAMANTULUI SI REFRACTIEI ATMOSFERICE

K	dh	K	dh	K	dh
km.	m.	km.	m.	km.	m.
4	1,07	24	38,40	44	129,06
6	2,40	26	45,07	46	141,07
8	4,27	28	52,27	48	153,60
10	6,67	30	60,00	50	166,67
12	9,60	32	68,27	52	180,27
14	13,07	34	77,07	54	194,40
16	17,07	36	86,40	56	207,07
18	21,60	38	92,27	58	224,27
20	26,67	40	106,67	60	240,00
22	32,27	42	117,60		

Exemplu de utilizarea tabelului

Avem două puncte A și B depărtate la 20 km. Dacă altitu-
dinea punctului B va fi mai mare ca a punctului A cu 26,67 m. nu va
fi necesar să dăm înălțime nici semnalului din A și nici celui din B.

= 86 =

Pentru a înlătura fenomenul mirajului, vom face observațiile seara și dimineața.

In relația $dh = \frac{D^2}{15}$ km., dând lui dh valori începând cu 1 se obțin pentru D valorile din tabela următoare:

TABEL DE ORIZONTUL VIZIBIL DELA DIFERITE INALTIMI DINTR'UN
ACELAS PUNCT AL GLOBULUI

Inălțimea	Distanța vizibilă	Inălțimea	Distanța vizuală	Inălțimea	Distanța vizuală
m	km.	m	km.	m.	km.
1	4	8	10	60	30
2	5	9	11	70	32
3	7	10	12	80	34
4	8	20	17	90	36
5	9	30	21	100	38
6	9	40	24		
7	10	50	27		

Spre exemplu, dacă construiesc într' un punct A un semnal de 10 m. vom putea face observații asupra tuturor punctelor care au aceeași altitudine cu punctul A până la distanța de 12 km. instalând în aceste puncte numai semnale la sol.

Dacă staționez cu aparatul într'un punct de cotă $H+80$ m., voi putea da vize tuturor punctelor de cotă H depărtate până la 34 km., fără a fi necesar să dăm înălțime semnalelor din aceste puncte.

Anteproectul.

Pe baza studiilor de birou se întocmește anteproectul.

Anteproectul trebuie să cuprindă următoarele date :

- locul probabil al fiecărui punct geodezic.
- înălțimea probabilă a fiecărui semnal.
- direcțiunile de vizibilitate sigure, precum și acelea care trebuiesc verificate.
- căile de comunicație din regiune.
- centrele de aprovizionare și primirea materialelor de construcții și a alimentelor.
- itinerariile de parcurs pentru recunoașterea punctelor, transportul materialelor și alimentelor.
- asigurarea cantonamentului.
- localitatea cea mai apropiată pentru primirea ordinelor și corespondenței.
- legăturile de luat cu operatorii vechi (dacă s'au executat ridicări în regiune).
- considerațiuni generale asupra terenului (relief, acoperiri, etc.)
- recomandarea în vederea unei extinderi a lucrării (ce puncte trebuiesc determinate pentru a se asigura legarea eventualelor triangulări a zonelor vecine).

Anteproectul constă dintr'un plan la scara 1:20.000, 1:50.000 sau 1:100.000, după întinderea zonei de triangulație, în care se consideră toate punctele presupuse valabile pentru triangulația noastră. Unind aceste puncte se obține scheletul triangulației. Pe acest plan se notează cota punctelor, înălțimea probabilă a semnalelor.

= 87 =

direcțiunile de vizibilitate sigure și cele care trebuiesc verificate la teren, etc.

La acest plan se anexează un memoriu care trebuie să conțină pe lângă toate datele arătate mai sus, principiile de avut în vedere la proiectare, precum și scopul triangulației.

După recunoașterea terenului și pe baza anteproectului se întocmește proiectul definitiv al triangulației.

==oOo==

LUCRARI IN TERENA. RECUNOASTEREA TERENULUI

După efectuarea studiului în birou, se merge în teren și cu harta în mână se parcurge întreg teritoriul propus pentru executarea triangulației.

Este absolut necesar să se staționeze în fiecare vârf al rețelei pentru a verifica posibilitățile de vizibilitate și înălțimea proiectată a semnalelor, precum și pentru a ne da seama de eventualele deficiențe necesare, de mijloacele de transport corespunzătoare și de toate dificultățile locale, inclusiv asigurarea hranei și cantonamentului.

Recunoașterea terenului este o operațiune de cea mai mare importanță, căci un proiect judicios și complet întocmit, înseamnă o lucrare pe jumătate terminată.

Recunoașterea trebuie făcută fără grabă și în cele mai mici amănunte.

La proiectarea triangulațiilor geodezice sunt cazuri când în cursul recunoașterii trebuiesc montate piramide provizorii care apoi se demontează.

De o bună recunoaștere depinde și precizia lucrării.

Într'un teren șes cu culturi sau livezi, punctele trebuiesc alese pe răzoare; piramidele pot dispărea în terenul de ară, astfel că ulterior nu se mai pot găsi punctele.

Pentru a face posibilă identificarea ^{punctelor} în cazul dispariției semnalului, se face reparația lor față de detalii planimetrice din apropiere trecându-se și numele proprietarului/terenului. Punctul marcându-se și în subsol și fiind reperat va putea fi utilizat în măsurătorile viitoare.

B. FIXAREA AMPLASAMENTULUI DEFINITIV AL PUNCTELOR.

Punctele geodezice rămase definitive după recunoaștere, deci trecute în proiectare, trebuiesc materializate.

Materializarea lor nu se poate face prin țărugi, deoarece aceștia putând fi scoși sau putrezi nu asigură conservarea punctelor noastre.

Punctele de ordinul I, II și III se materializează obligatoriu prin borne de beton sau piatră cioplită.

Punctele de ordinul IV și V se pot materializa prin țevi.

Punctele naturale (biserici, coșuri de fabrici, turle, etc.) nu mai trebuiesc materializate. Ele au desavantajul că în general nu sunt staționabile.

Este recomandabil ca înălțimea punctelor naturale să se măsoare direct, nu trigonometric.

C. PLANTAREA SEMNALELOR SI MARGAREA LOR. CONDITIILE UNUI SEMNAL.

Semnalele sunt de mai multe feluri :

- semnale deasupra solului (balizele și piramidele)
- semnale naturale
- semnale la sol și în subsol (repere)

a) Semnalele deasupra solului

- 1. Semnalul baliză.

Baliza este formată dintr'un stăchete de lemn cu lungimea

variind între 2 și 6 metri. La partea de sus, la 10-15 cm. de vârf, stachetele este prevăzută cu niște scânduri așezate perpendicular, denumite fluturi. Fluturile au lungimea 0,50-1,00 metri.

Stachetele trebuie să fie perfect vertical. Verticalitatea se obține cu ajutorul unui fir cu plumb.

Sunt mai multe sisteme de construirea balizelor.

A se vedea anexa cu figuri.

Fig.Nr.1. Baliză cu fluturi suprapuse

Fig.Nr. 2. Baliză "fluturi îmbinate".

Sistemul din fig.Nr. 1 nu este practic, deoarece putem citi unghiurile verticale eronat. Făcând observațiile dintr-o stație laterală vedem cealaltă parte a fluturului pe lat și este posibil ca să vizăm la partea de sus a acestei perechi de scânduri, comițând o eroare de 10-15 cm. (lățimea unei scânduri).

Sistemul adoptat prin standardele de stat este baliza cu fluturi îmbinate. Îmbinarea scândurilor fluturului asigură semnalului o aceeași înălțime de oriunde ar fi vizat.

Fluturile se vopsesc cu var, amestecat cu clei. Se poate vărui capul stachetului cu negru și fluturile cu alb sau alternativ scândurile fluturului cu alb și negru. Felul cum se face vopsirea depinde de fondul pe care se proiectează baliza.

2. Semnalul în copac.

Semnalele în copaci se pot așeza fie în vârful coroanei, fie într-o parte a ei.

A se vedea anexa cu figuri.

Fig.Nr.3. Semnal în copac așezat în vârful coroanei

Fig.Nr.4 Semnal în copac așezat într-o parte a coroanei.

Semnalul așezat deasupra coroanei pomului este desavantajos căci punctul nu poate fi staționat.

3. Piramidele.

Piramidele sunt construcții mai complicate, care se întrebunțează pentru materializarea punctelor de toate ordinele (desigur că la punctele de ordinul IV și V construcția este mai simplă). Este greșit deci să se creadă că o piramidă marchează numai puncte de ordin superior.

Piramidele sunt de mai multe feluri: piramide la sol și piramide cu unul sau mai multe poduri (etaje). Piramidele cu mai multe etaje îndeplinesc un rol dublu: marchează punctul (semnal) și ridică aparatul la înălțimea necesară.

Piramida la sol.

Piramidele la sol servesc pentru marcarea punctelor :

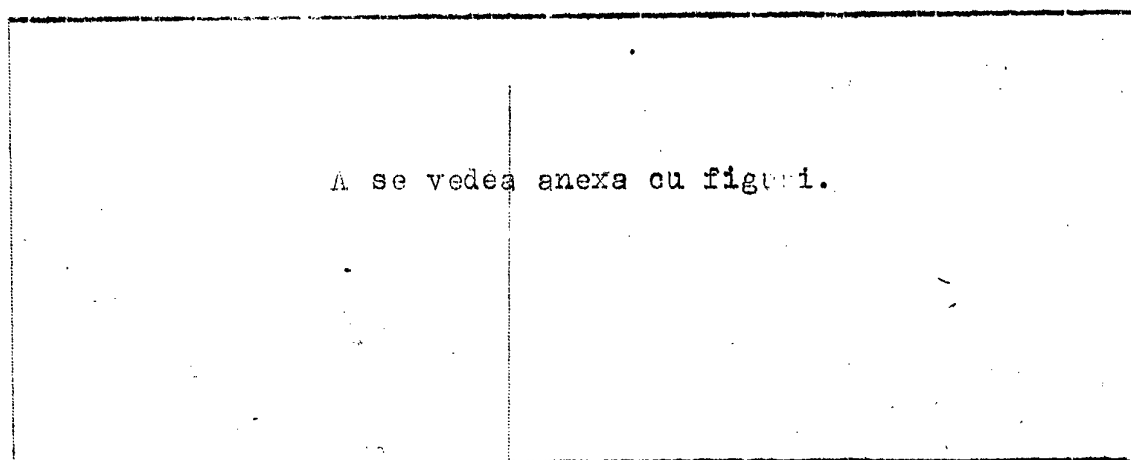


Fig.Nr..5.. Piramida la sol.

Fig.Nr.6. . Piramidă cu un pod.

Aparatul se pune în stație pe trepied deasupra bornei sau direct pe un pilastru de beton armat de 1,20 m. înălțime.

Piramida la sol se compune dintr'o capră de lemn, în formă de piramidă cu baza pătrată, realizată din patru picioare solidizată la o inimă centrală denumită "pop".

În vârful caprei se așează o cutie dreptunghiulară de scânduri vopsită cu negru mat (chinoroz) numită "lada neagră", care servește ca punct de vizare.

La partea de sus, începând dela înălțimea de 2,50 metri, piramida se îmbracă cu scânduri văruiate în alb. Aceste scânduri servesc pentru contravântuire, cât și pentru identificarea semnalului.

Axul piramidei trebuie să treacă prin axul bornei.

Înălțimea piramidei la sol variază dela 5 la 6 metri, uneori poate fi și de 4 metri.

Piramida cu un pod.

Piramida cu un pod se compune din piramida propriu zisă și pilastrul piramidei (construcția din interiorul ei).

Pilastrul este alcătuit dintr'un pop susținut de patru picioare. Podul se așează imediat sub pilastru.

Deasupra podului se construiește o piramidă obișnuită (piramidă la sol), îndeplinind funcția de semnal.

- 91 -

Pilastrul are înălțimea de la 8 m. înălțimea totală a piramidei este 12 - 13 m. Podul se construiește la 3 - 10 m. înălțime.

Operatorul staționează pe pod, iar aparatul se pune în stație pe pilastru prin intermediul unei plăci de centraj de oțel.

Piramida cu două poduri

Piramida având două etaje (poduri) câștigă înălțime pt. stație.

A se vedea anexa cu figura.

Fig.Nr.7.Piramida cu 2
poduri.

Fig.Nr.8. Piramida cu
3 poduri

Pilastrul are înălțimea de 10 m. înălțimea totală a piramidei este 15 - 16 m.

Piramida cu trei poduri

Piramida cu trei etaje ne permite să ne ridicăm deasupra unei păduri. Construcția ei este mai complicată.

Pilastrul atinge 15-16 m., iar înălțimea piramidei este de 20-22 m.

O condiție a construirii unei piramide cu unul sau mai multe poduri este ca pilastrul să nu aibă nicio atingere cu piramida postament. Operatorul staționând cu aparatul pe pilastru, orice vibrație a piramidei ar risca aparatul.

Piramidele se construiesc obligatoriu cu patru picioare. Se admite să se construiescă cu trei picioare numai trepodele fluturătoare la sol, care au o înălțime de 9 - 10 m.

În timpul recunoașterii trebuie să se fixeze locul picioarelor piramidelor, pentru ca acestea să nu împiedece vizele.

O condiție absolut necesară în construcția unei piramide este simetria ei.

Materializarea punctului (bornarea) se face după ce s'a construit piramida. La punctele de ordinul I și II se lasă piramida până la un an pentru ca întregă construcția să-și găsească poziția de echilibru (timpul necesar pentru a se întâmpla în interiorul lemnului toate fenomenele).

Piramidele distruse se pot reconstitui. În acest caz nefiind posibil să se realizeze condițiile exul noiei piramide să coincidă cu exul bornei, se dau două rânduri de coordonate: coordonatele bornei (adică coordonatele originale ale piramidei) și coordonatele capului negru. Diferența între aceste coordonate poate fi de câțiva centimetri. Când staționăm în bornă, vom utiliza coordonatele

hornei, iar atunci când vizăm piramide dela altă stație, vom folosi în calcule coordonatele capului negru.

Piramidele se pot construi din trei feluri de materiale:

- lemn
- fier
- beton armat

Piramidele de lemn.

Lemnul are o dilatație foarte mică în sehsul lungimii fibrelor.

Piramidele se construiesc din lemn de brad.

Înălțimea piramidelor de lemn a atins în Europa 50 m.

Piramidele de lemn au unele desavântaje :

- Construcția piramidelor cu etaje cere o mare cantitate de material lemnos. La piramidele de peste 30 metri, inconvenientul devine din ce în ce mai mare, cantitatea de lemnărie crescând cu pătratul numărului etajelor. (A se vedea tabela de materialele necesare construirii piramidelor).

- Transportul unei asemenea cantități de material este foarte anevoios.

- Construirea piramidelor cu poduri cere specialiști, iar durata construcției este mare. O piramidă cu patru poduri se construiește în 10 zile.

- Cel mai mare desavantaj al piramidelor de lemn este că materialul odată întrebuințat nu se mai poate recupera.

TIPURI DE PIRAMIDE DE LEMN

Nr. crt.	Numărul podurilor	Înălțimea pilastrelor	Înălțimea piramidei	Nr. scândurilor dela acoperiș
1.	La sol	1,20 m.	10 m.	13 buc.
2.	1 pod	7 m.	12 m.	13 "
3.	2 poduri	10 m.	15 m.	13 "
4.	3 "	15 m.	20 m.	13 "
5.	4 "	20 m.	25 m.	13 "
6.	5 "	25 m.	30 m.	13 "

TABEL DE MATERIALELE NECESARE CONSTRUIRII PIRAMIDELOR DE LEMN

Nr. crt.	MATERIALE	La sol	1 pod	2 poduri	3 poduri	4 poduri	5 poduri
1.	Lemn nesarisat (bile) m ³ .	0,5	6	10	15	21	28
2.	Lemn ecarisat m.c.	0,5	1	2	3	4	5
3.	Cuie, scoabe și buloane, kg.	3	35	60	85	110	150
4.	Var, kgr.	4	4,5	5	5,5	6	6,5
5.	Chinoroz, kgr.	1	1	1	1	1	1
6.	Piatră pt. marcat (boare) buc.	1	1	1	1	1	1
7.	Sticle cu pergament, buc.	1	1	1	1	1	1

Acest tabel ne servește la întocmirea devizului.

Piramidele metalice.

În ultimul timp, piramidele metalice s'au întrebuințat foarte mult, prezentând o serie de avantaje :

- Au o greutate și un volum mult mai redus (greutatea este aproximativ egală cu 1/5 din greutatea unei piramide de lemn de aceeași înălțime, iar volumul este egal cu 1/10).

- Se transportă foarte ușor fiind construite din piese demontabile.

- Se montează ușor și repede.

- Materialul se poate recupera. Prețul unei piramide de metal este același cu al unei piramide de lemn, dar datorită faptului că piramidele metalice se pot demonta după terminarea unei lucrări și utiliza în altă parte face ca acestea să fie mult mai economice.

Piramidele metalice au un dezavantaj: dilatația metalului (țevilor din care sunt construite). Acest inconvenient se remediază acoperind cu crengi partea piramidei unde bate soarele. Prin acest efect dilatației devine neglijabil.

S'au construit piramide de metal cu înălțimea de 30 m. La noi în țară s'au construit piramide metalice de 15 m. cu trei etaje.

Piramidele de beton armat.

Piramidele de beton armat au pilastrul turnat în beton armat, iar schela din piese de metal demontabile.

S'au construit astfel de pilaștri de 30 m. înălțime.

b) Semnalele naturale.

Semnalele naturale (biserici, coșuri de fabrică, turnuri, etc.) ne dispensează de a materializa punctele, având avantajul de a fi relativ permanente. Au însă inconvenientul de a nu fi staționabile. Totuși la unele biserici (Catedrala Sf. Ion de la Ploești și altele) s'au făcut amenajări în turlă pentru a putea staționa cu aparatul, cu un câmp de vizare însă limitat la ferestre.

Punctele de vizare ale semnalelor naturale sunt :

- Biserici: baza crucii turlei mari
- Turnuri: semnale construite în mijlocul sau partea laterală a turnului.

- Coșuri de fabrici: paratrăsnetul.

Costăchel: Topografie Vol. I. ediția . . . pag. .

A se vedea anexa cu figuri.

Fig. 9 Semnale naturale și punctul de vizare.

Condițiile unui semnal.

1. Semnalul să fie simetric din orice parte ar fi privit. Fluturile balizelor trebuie să formeze o cruce perfect

simetrică.

= 94 =

2. Semnalul propriu zis, trebuie să fie ușor de identificat pentru a nu se putea confunda.

3. Punctul din semnal unde să dă viza, trebuie să fie construit rigid pentru a nu suferi deplasări sub acțiunea vântului sau din alte cauze.

La o piramidă se vizează capul negru și dacă este posibil chiar pilastrul.

La o baliză se va viza de câte ori este posibil partea de jos a stachetului, baliza putând fi strâmbă.

Unghiul vertical se va citi însă totdeauna la punctul unde este dată cota (baliză: partea de sus a fluturelui; piramidă: capul negru).

4. Semnalul să fie astfel construit ca aparatul să se poată așeza cu ușurință în stație în punctul matematic, iar vizările să nu fie împiedecate.

La piramide îmbrăcămintea de scânduri trebuie să înceapă dela 2,50 m. în sus, spre a da orizont aparatului.

Balizele trebuie să fie demontabile pentru a permite punerea aparatului în stație în punctul matematic.

Sunt două sisteme pentru montarea balizelor :

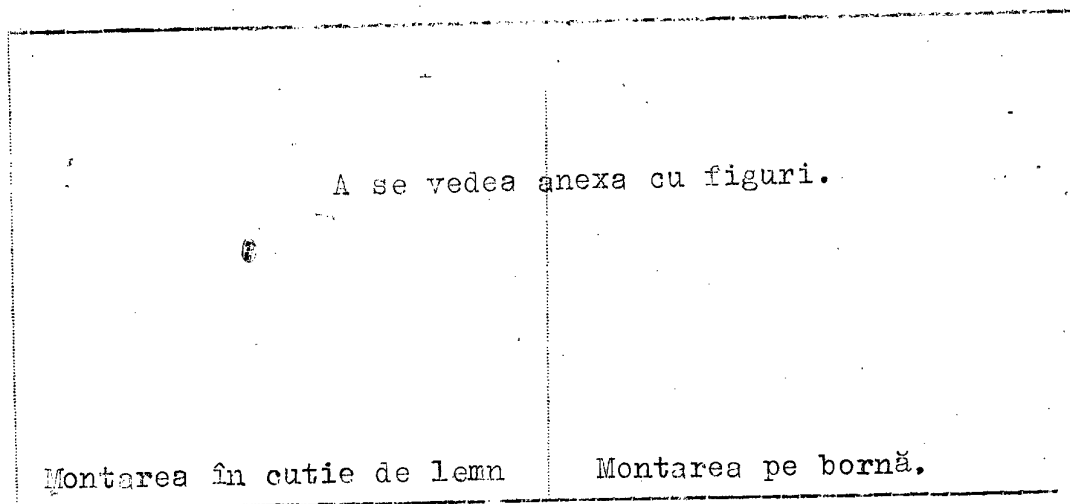


Fig.Nr. 10. Montarea balizelor. Fig.Nr.11

- Stachetele se introduc într-o cutie de lemn îngropată în pământ. Sistemul este desavantajos, căci nu asigură o stabilitate solidă semnalului. O deplasare foarte mică a bazei balizei datorită vântului sau unei izbuciri poate produce devierea fluturelui cu 10-15 cm.

- Montarea pe bornă (țărș) este preferabilă. În talpa stachetului și exact în mijlocul ei se bate pe jumătate un piron care intră cu cealaltă jumătate într-o gaură practică în țărș. Stachetele se fixează cu ajutorul a trei șipci care se îngroapă cu un cap în pământ, iar celălalt se bate pe stachete.

Verticalitatea balizei se asigură cu ajutorul unui fir cu plumb.

/

= 95 =

c) Semnale la sol si în subsol (repere):

Toate punctele geodezice se marchează prin repere.
Construcția lor poate fi din :

- piatră cioplită
- beton simplu
- beton armat
- zidărie de cărămidă

Bornarea unui punct de Ordinul I.

A se vedea anexa cu figuri.

Fig.Nr.12 Bornarea unui punct de Ord. I. Fig.Nr... Bornarea unui punct de ord.III.

În interiorul solului se toarnă, în beton, o fundație peste care se așează pilastrul bornei. Sub fundație se pune un strat de cărăbuni sau sgară, dedesubtul căruia se îngroapă o sticlă cu un pergament în care se trece ordinul punctului, data determinării și eventual conr- donatele.

Punctul matematic se marchează prin trei repere, din care doi în subsol pentru a asigura conservarea punctului în cazul dispariției bornei:

- un reper pe fața superioară a pilastrului
- al doilea reper gravat în plumb la partea de sus a fundației.

--al treilea reper gravat deasemenea în plumb în centrul unei cărămizi așezată sub sticlă cu pergament.

Bornarea punctelor de ordinul II și III. este mai simplă.

Punctele de ordinul III se materializează cu ajutorul unei borne de piatră sau beton, introdusă în pământ și așezată pe un strat de sgară. Borna are un reper gravat pe fața superioară și un al doilea reper pe cărămida de șamotă îngropată sub stratul de sgară sau cărăbuni.

Punctele de ordinul IV și V se marchează cu o simplă țevă lungă de 0,80 - 1,00 m.

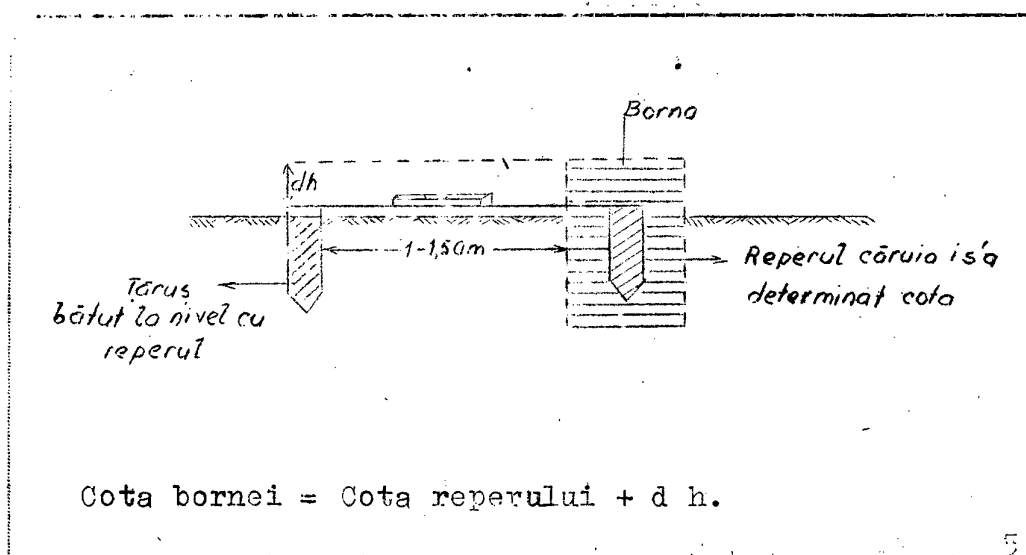
Tevele trebuie bătute sub nivelul pământului cca 2 cm. spre a evita să fie scoase sau lovite și deci deplasate.

În jurul țevii se face un șanț cu rază de 1 m., iar pământul rezultat se aruncă deasupra capului țevii, formând o moviliță pentru identificarea punctului.

Cum se face bornarea.

Condiția esențială este ca toți reperii să se afle pe verticala punctului matematic.

= 96 =



Corectarea cotei reperului în cazul
bornării ulterioare.

Se bat patru țărugi având pe capul lor marcat câte un punct, la cca 1 metru de locul groapei, astfel ca întinzând între țărugi două sfori, intersecția lor să se afle pe verticala reperului de pe cărămidă.

Se dau la o parte sforile pentru a se putea lucra.

Borna se introduce în groapă și prin încercări se potrivește ca reperul ei să cadă la încrucișarea sforilor.

Dacă bornarea se face ulterior, pentru a așeza borna la înălțimea reperului căruia i s'a determinat cota, se bate la 1-1,50 m. un țărug exact la același nivel cu reperul. După ce s'a îngropat borna se măsoară diferența de nivel între țărug și bornă și se corectează cota reperului.

D. DETERMINARI ASTRONOMICE SI GRAVIMETRICE

Determinări astronomice.

Punctul astronomic fundamental se determină prin coordonatele sale geografice pe elipsoidul de referință. Azimutul direcției de referință se determină de asemenea prin procedee astronomice.

Este recomandabil ca unul din vârfurile canevasului să fie chiar punctul fundamental pentru ca azimutul direcției de referință să fie chiar azimutul unei laturi.

Punctele astronomice sunt de două feluri :

- principale
- secundare

Punctele astronomice principale se instalează la toate intersecțiile lanțurilor meridiane cu lanțurile paralele, unde se măsoară bazele.

Punctele astronomice secundare se determină în diferite puncte ale rețelei de ordinul I. pentru controlul orientărilor.

Determinările astronomice se fac cu aparate speciale și durează un timp apreciabil.

Determinări gravimetrice.

Punctele astronomice principale se completează cu măsurători gravimetrice pentru determinarea intensității gravitației și variației ei.

= 97 =

Aceste determinări servesc la calculul tărtirii elipsoidului de referință și la studiul gravitației în diferite puncte.

Gravitația se calculează cu formula :

$$g = 978,049(1 + 0,005289 \sin^2 \varphi - 0,000007 \sin^2 2 \varphi),$$

în care φ este latitudinea locului.

Valoarea gravitației la Observatorul Astronomic Militar măsurată în 1910 în sistemul Fosdam a fost $g = 980.548$.

E. MASURATOAREA BAZELOR

1. Condițiile pe care trebuie să le îndeplinească ^{terenul} pentru a așeza pe el o bază.

- să aibă vizibilitate
- * să fie stabil
- să fie orizontal.

Prin condiția de vizibilitate se înțelege ca cele două capete ale bazei să se vadă reciproc, pentru a se putea măsura unghiurile și a se jalona aliniamentul.

Prin stabilitatea terenului se înțelege ca acesta să nu fie fugitiv. Nu se vor alege baze pe malul unui fluviu, pe o coastă, pe un teren mocirlos, etc.

Condiția de orizontabilitate impune ca panta terenului să fie de cel mult 5% (unghi de $3^{\circ}18'$). Excepțional și numai la baze scurte se admite o pantă de 10% (unghi de $6^{\circ}35'$).

2. Alegerea bazelor pe teren.

Soluția cea mai avantajoasă este ca baza să fie chiar o latură a triangulației.

Nu vom găsi aproape niciodată însă o bază de 20-30 km. cât este lungimea unei laturi la triangulația de ordinul I.

Se admite ca baza diferită de latura triangulației să fie egală cel puțin cu $1/4$ din latura cea mai scurtă a triangulației.

O altă condiție la alegerea bazei este ca baza să fie în linie dreaptă. Dacă aceasta nu se poate realiza se admit frângeri de cel mult $2^{\circ}-3^{\circ}$, și în acest caz lungimea bazei se calculează pe două căi diferite.

Baza din Delta Dunării, în lungime de 9461 m., a avut cea mai mare frângere de $2''$.

3. Pregătirea terenului în vederea măsurării bazei.

Amenajarea terenului pe care se va așeza baza, constă din :

- Fixarea și marcarea capetelor bazei.
- Jalonarea bazei pe toată întinderea ei; se plantează jalozne din loc în loc de metri.
- Terenul se curăță de mușuroaie, mărăcini, ierburi, etc.

La triangulație de ordinul I și II capetele bazei se marchează prin repere de beton, alcătuite dintr'un pilastru care poartă repere speciali turnați în beton.

Filimon: Curs geodeziec Ediția 1948 pag.92.

A se vedea anexa cu figuri

Fig.Nr.14 Reper de beton pentru marcarea capetelor bazei triangulației de ordinul I și II.

4/. Materiale din care se construiesc aparatele de măsurat bazele geodezice.

Primele aparate pentru măsurarea bazelor au fost riglele de lemn. Cu aceste rigle s'au măsurat bazele începând dela anul 800 și până la 1736.

Riglele de lemn aveau un mare inconvenient trebuind să fie gradate din nou sau înlocuite aproape după fiecare măsurătoare.

S'a trecut la construirea riglelor de metal (confectionate din fier. Pentru a se remedia neajunsul modificării lungimii riglei datorit dilatației s'au confectionat mai târziu riglele bimetalice. Acestea erau construite din două rigle suprapuse din metale cu coeficienți de dilatație diferiți și foarte depărtați. Metalele în-
trebuințate au fost platina și aramă. S'au construit apoi riglele bimetalice din fier și zinc, rigla de fier fiind acoperită de cea de zinc.

Firul de bronz ia locul riglelor bimetalice, fiind folosit pentru prima oară în anul 1898. Cu firul de bronz se puteau măsura 7-8 km. de bază pe zi.

Datorită fenomenului dilatației firul de bronz nu dădea rezultate. S'a ajuns la firul de invar.

Invarul este un aliaj de oțel și nichel. Sporind în compoziția aliajului cantitatea de nichel, până la o anumită limită, coeficientul de dilatație scade, fiind minim când proporția aliajului este 36% nichel și 64% oțel.

În România, primele baze s'au măsurat în 1895 cu rigle bimetalice (baza București - Bolintinu între punctele Ciorogârla și Militari).

5. Măsurătoarea bazelor în triangulația topografică.

În triangulația de ordinul IV și V. bazele se măsoară cu panglica de oțel de 50m., având ca aparate ajutătoare întinzătoarele, fișele și dinamometrul.

Panglicile sunt etalonate la tensiunea 7-10 kg. și la temperatură +15°C.

În timpul măsurătorii panglica trebuie să fie întinsă sub o tensiune constantă cu dinamometrul. Această tensiune trebuie să fie egală cu tensiunea de etalonare care se ia din certificatul de etalonarea panglicii. Aplicând panglicii o tensiune de 30 kg., adică o tensiune în plus de 20 kg. ., față de tensiunea de etalonare obișnuită, alungirea panglicii este de 3 mm. La o bază de 2000 m. re-

zultă $3 \times 40 = 120$ mm, lucru inadmisibil.

Corecția de etalonare.

Înainte de măsurarea bazei, panglica trebuie etalonată fie la comparativul Biroului de Măsură și Greutăți, fie cu ajutorul unei panglici etalonate.

Coeficientul de etalonare este raportul între lungimea reală a panglicii (lungimea găsită la etalonare) și lungimea considerată în măsurătoare (50 m.), adică lungimea eronată.

$$K = \frac{\text{lungimea reală}}{\text{lungimea eronată}} = \frac{l_r}{l_e}$$

Raportul K se calculează cu cel puțin 6 zecimale. Valoarea lungimii totale măsurată real (L_r) va fi

$$L_r = K \cdot L_e$$

în care L_e este valoarea lungimii măsurată apreciată eronat.

Exemple :

$$1. l_e = 50,000 \text{ m.}$$

$$l_r = 50,012 \text{ m.}$$

$$\text{Baza măsurată eronat } L_e = 1864,28 \text{ m.}$$

Care este lungimea reală a bazei ?

$$K = \frac{50,012 \text{ m.}}{50,000 \text{ m.}} = 1,000240$$

$$L_r = 1,000240 \times 1864,28 \text{ m.} = 1864,73 \text{ m.}$$

$$2. l_e = 50,000 \text{ m.}$$

$$l_r = 49,988 \text{ m.}$$

$$L_e = 1864,28$$

Care este lungimea reală a bazei ?

$$L_r = \frac{49,988 \text{ m.}}{50,000 \text{ m.}} \times 1864,28 \text{ m.} = 1863,83 \text{ m.}$$

Corecția de temperatură.

Panglica se dilată (contractă) pentru o diferență de temperatură de $+5^\circ$ (-5°) cu 3 mm.

Corecția de temperatură se calculează cu formula :

$$C_t = 0,6 \text{ mm. } (t^\circ - 15^\circ),$$

în care t° este temperatura masei panglicii în momentul măsurătoarei și care se ia așezând termometrul pe panglică.

Exemplu:

S'a măsurat o bază din 3 segmente, obținându-se, după aplicarea corecției de etalonare, lungimile :

$$L'_1 = 524,286 \text{ m., măsurată la temperatura } +10^\circ\text{C.}$$

$$L'_2 = 772,015 \text{ m., " " " } +20^\circ\text{C.}$$

$$L'_3 = 621,299 \text{ m. " " " } +23^\circ\text{C.}$$

$$C_t = 0,6 \text{ mm. } (t^\circ - 15^\circ).$$

$$L_1 \text{ are } \frac{524 \text{ m.}}{50 \text{ m.}} = 10,5 \text{ panglici.}$$

= 100 =

$$L_2 \text{ are } \frac{772 \text{ m.}}{50 \text{ m.}} = 15,5 \text{ panglici.}$$

$$L_3 \text{ are } \frac{621 \text{ m.}}{50 \text{ m.}} = 12,5 \text{ panglici.}$$

sunt : Corecțiile de temperatură corespunzătoare pentru o panglică

$$\text{Segmentul } L_1 \quad 0,6 \text{ mm. } (+ 10^\circ - 15^\circ) = - 3 \text{ mm.}$$

$$\text{" } L_2 \quad 0,6 \text{ mm. } (+ 20^\circ - 15^\circ) = + 3 \text{ mm.}$$

$$\text{" } L_3 \quad 0,6 \text{ mm. } (+ 23^\circ - 15^\circ) = + 4,8 \text{ mm.}$$

vor fi : Corecțiile de temperatură pentru fiecare din cele 3 segmente

$$\text{Segmentul } L_1 \quad -3 \text{ mm. } \times 10,5 \text{ panglici} = - 31 \text{ mm.}$$

$$\text{" } L_2 \quad +3 \text{ mm. } \times 15,5 \text{ panglici} = + 47 \text{ mm.}$$

$$\text{" } L_3 \quad +4,8 \text{ mm. } \times 12,5 \text{ panglici} = + 60 \text{ mm.}$$

Lungimile segmentelor afectate de corecțiuni sunt :

$$L''_1 = L'_1 - 0,031 \text{ m.} = 524,286 \text{ m.} - 0,031 \text{ m.} = 524,255 \text{ m.}$$

$$L''_2 = L'_2 + 0,047 \text{ m.} = 772,015 \text{ m.} + 0,047 \text{ m.} = 772,072 \text{ m.}$$

$$L''_3 = L'_3 + 0,060 \text{ m.} = 621,299 \text{ m.} + 0,060 \text{ m.} = 621,359 \text{ m.}$$

Măsurarea bazelor trebuie să se facă cu panglica și nu cu firul, acesta din urmă neoferind precizia necesară.

Bazele în triangulația topografică sunt scurte, sub 2500 m. Măsurarea lor nu cere aparatură specială și nici condiții speciale de lucru.

6. Măsurarea bazelor în geodezie. Aparat moderne de măsurat bazele geodezice.

Bazele geodezice se măsoară astăzi numai cu firul de invar. Lungimile bazelor în geodezie sunt mari, iar precizia lor este foarte mare.

Firul de invar.

Diametrul firului este 1,65 mm., iar greutatea pe metru liniar 32 grame.

Fiecare gir poartă un certificat eliberat de fabrică, în care se trece :

- Numărul firului (Fi Nr.2840)
- Lungimea ($L = 24 \text{ m.} + 82 \text{ mm.}$)
- Tensiunea la care este etalonat ($T = 10 \text{ kg.}$)
- Coeficientul de dilatație ($\alpha_t = 10^{-6} [1 - 0,00000121t + 0,0000000015 t^2]$)

Aceste date diferă de la fir la fir.

Invarul prezintă inconvenientul unor deformări datorite instabilității moleculare a aliajului și anume :

a) Metalul în repaus suferă o alungire lentă și permanentă. Se înlătură acest defect, în bună parte, prin diverse etuvări la fabrică și care durează cam 3 luni.

b) Dacă metalul trece brusc de la o temperatură joasă la una mai ridicată, el se contractă, iar în cazul contrariu se dilată.

Variația firului în raport cu diferențele de temperatură se numește "variația reziduală a invarului" și ea nu trebuie confundată

cu fenomenul dilatației.

Pentru a evita această variație se recomandă să facem măsurătorile la temperaturi în jur de 15° .

c) Firele au tendințe de a se scurta longitudinal în decursul timpului. Orice lovitură burscă suferită de fir accelerează această contracțiune.

Pentru a remedia acest dezavantaj se aplică firului în fabrică înainte de a fi etalonat cca 400 lovituri pentru a da aliajului un echilibru fizic cât mai durabil.

Firul se termină la ambele capete prin câte o rigletă tot de invar sudată la fir și gradată în 82 diviziuni egale cu 1 mm.

Cele două riglete fiind gradate în acelaș sens rezultă că un fir are lungimea 24 m. + 82 mm.

Aparate auxiliare.

a) Trepiedele port reper (reperii mobili) sunt trepiede obișnuite construite mai solid, pe cari se montează capul reper. Cu ajutorul reperului, care este centrat pe verticala țărșului cu cui depe aliniament, se citesc diviziunile depe riglete, folosind-o lunetă cu microscop.

La o măsurătoare sunt 6-15 trepiede port reper. Primul reper se așează pe pilastrul dela capătul bazei, iar ceilalți se aliniază cu ajutorul unei lunete de aliniament la distanțele pichetate anterior din 24 în 24 metri.

Trepiedele port reper sunt prevăzute cu o lunetă de nivelment cu ajutorul căruia se măsoară unghiul de pantă dela un reper la altul. Luneta are gradațiunile în miimi...

b) Trepiedele întinzătoare se așează lângă trepiedele port reper și servesc la întinderea firului de invar.

Firul se prinde la ambele capete cu o sfoară ce se realizează pe un scripete montat la trepied și având la cealaltă parte o greutate de 10 kg. Toleranța exactității acestei greutăți este de ± 10 gr.

c) Reperii de sfârșit de zi sunt țărșuri de metal special construiți și care se folosesc pentru marcarea punctului la care se întrerupe lucrul.

d) Un fir de invar de 8 m. care servește la măsurarea ultimei fracțiuni a bazei.

e) Cablul gabarit pentru pichetarea bazei.

f) Termometru, lupe, mire pentru măsurat înălțimea aparatului, etc.

Filimon: Curs de geodezie Ediția 1948 pag. 107.

A se vedea anexa cu figuri.

Fig.Nr.15 Firul de invar instalat pentru măsurătoare.

7. Funcționarea echipelor de măsurat bazele cu firul de invar.

Pentru măsurarea unei baze se constituiesc trei echipe :

Echipea instalării reperelor mobile (trepiadelor cu reper), compusă dintr'un operator topometru (șeful echipei), 2 ajutoři și 6 lucrători.

Reperii mobili trebuiesc așezați exact pe acelaș aliniament și la aceeași înălțime (în jur de 1,50 m.).

Echipea de nivelment, compusă dintr'un operator topometru și 2 lucrători.

Echipea face nivelmentul între toți reperii. Unghiul de pantă se citește dela ambele capete ale panoului și se notează în carnet.

Echipea de măsurat, compusă din 3 operatori topometri (din care unul este și secretarul echipei) și 3 lucrători.

Lucrătorii întind firul de invar așezând rigletele pe reperii mobili. Doi operatori citesc diviziunile depe riglete, fiecare la câte un capăt al firului, iar al treilea (secretarul) face înregistrările în carnet.

Intinderea firului trebuie făcută cu cea mai mare atențiune, fiind interzisă cea mai mică răsunet.

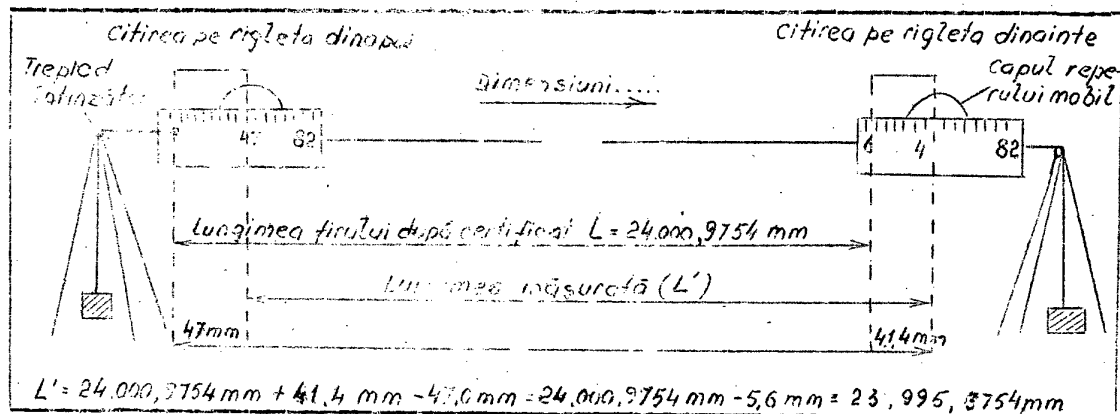
La fiecare panou se fac 5 citiri. După fiecare citire se scoate firul depe reperii mobili și se întinde din nou.

În total, echipele de măsurat bazele geodezice se compun din 5 operatori topometri (din care unul șeful echipelor) și 13 lucrători.

Inscrierea datelor în carnet.

În carnet se trec numai citirile pe riglete.

Secretarul face diferența dintre citirile pe rigleta dinapoi și pe cea dinainte. Media acestor diferențe reprezintă lungimea care trebuiește adăugată sau scăzută din lungimea firului după certificat.



Citirea pe rigletele firului de invar.

Diferențele între cele două citiri nu trebuiesc să difere cu mai mult de 0,2 mm. Dacă această condiție este îndeplinită, măsurătoarea este bună și se calculează media diferențelor. În cazul că ecartul unei diferențe este mai mare ca 2 mm, citirea respectivă se anulează, și se face o nouă citire pentru completarea celor 5 citiri care intră în medie.

În carnet se înscrie și panta panoului (în milimetri) măsurată dela ambele capete ale panoului.

Se dă mai jos un model de înscrierea datelor în carnet.

FIR Nr. 182
Deschiderea (panoul) 9

Secretar
Operatori

Data
Ora
Temperatura 6°C.

C I T I R I				P A N T A		OBSERV.
Nr.	Inapoi	Inainte	Dif.	+	-	
1	2	3	4	5	6	7
2	45,0	39,4	- 5,6	0,5	0,9	
3	46,0	40,3	- 5,7			
4	47,0	41,3	- 5,7			
5	48,0	42,5	- 5,5			
6	49,0	43,5	- 5,5			
Media	47,0	41,4	- 5,6		0,7	

Calculul lungimii panoului

Lungimea firului după certificat = 24.000,9754 mm.
Media diferențelor citirilor pe riglete = -5,6 mm.
Lungimea măsurată a panoului va fi :

$$24.000,9754 \text{ mm.} - 5,6 \text{ mm.} = 23.995,3754 \text{ mm.}$$

Corecția de pantă este dată de formula :

$C_p = 24(1 - \cos \alpha)$, α fiind unghiul de pantă al panoului respectiv.

Pentru $\alpha = 0,7\%$, corecția = 0,0060 mm.
Valoarea corecției se ia din tabele.

Lungimea panoului redusă la orizont este :

$$23.995,3754 \text{ mm.} - 0,0060 \text{ mm.} = 23.995,3694 \text{ mm.}$$

Complectarea tabloului definitiv pentru măsurarea barelor cu firul de invar.

Nr. deschiderii	Operator	Temperatura (t°)	Lungimea firului la t°	Media dif. citirilor	Panta		Lungimea deschiderii	OBS.
					%	Corecția		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Ionescu Gh.	6°	24000,9754	-3,06	1,3	0,0200	23.997,8954	
2.	"	6°		+11,00	2,3	0,0600	24.011,9124	

Calculul lungimii deschidenii (coloana 8) se face adunând algebric coloana 4 și 5 și scăzând coloana 7.

Verificarea calculului se face astfel :

- Se fac totalurile coloanelor 4, 5, 7 și 8 (coloana 5 se totalizează algebric).

- Se adună algebric totalul coloanei 4 și 5 și se scade totalul coloanei 7; dacă rezultatul este egal cu totalul coloanei 8, calculul este verificat.

8. Numărul măsurătorilor bazelor de triangulație.

Atât în triangulația geodezică, cât și în triangulația de ordinul IV și V bazele se măsoară de 3 ori, cu obligațiunea ca una din măsurători să se facă în sens invers.

9. Toleranța admisă în măsurarea bazelor topografice.

Toleranța se calculează cu formula (Instrucțiunile Direcției Cadastrului 1949) :

$$T \text{ metri} = 0,030 + 0,002 \sqrt{D \text{ metri}}, D \text{ fiind lungimea bazei.}$$

Cu această formulă s'a întocmit tabelul de mai jos :

D metri	T metri	D metri	T metri	D metri	T metri
200	0,058	1000	0,093	1800	0,115
300	0,064	1100	0,096	1900	0,117
400	0,070	1200	0,099	2000	0,119
500	0,075	1300	0,102	2100	0,121
600	0,079	1400	0,105	2200	0,124
700	0,083	1500	0,107	2300	0,126
800	0,087	1600	0,110	2400	0,128
900	0,090	1700	0,113	2500	0,130

10. Reducerea bazelor topografice la orizont.

În triangulația topografică dacă baza nu este măsurată într'un teren orizontal, trebuiește redusă la orizont :

Sunt două procedee pentru reducerea bazei la orizont :

- procedeul prin unghiul de pantă
- procedeul prin intermediul nivelmentului bazei

a) Procedeul prin unghiul de pantă.

Dacă panta este uniformă lungimea bazei reduse se calculează cu formula :

$$D = L \cdot \cos \alpha$$

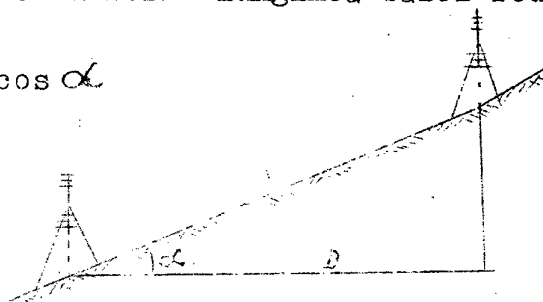


Fig. Nr. . . . Reducerea bazei de pantă uniformă la

orizont.

= 165 =

De regulă baza nuanse aceiași pantă pe toată lungimea ei. În acest caz se împarte baza pe segmente de pantă uniformă, reducându-se la orizont fiecare segment în parte :

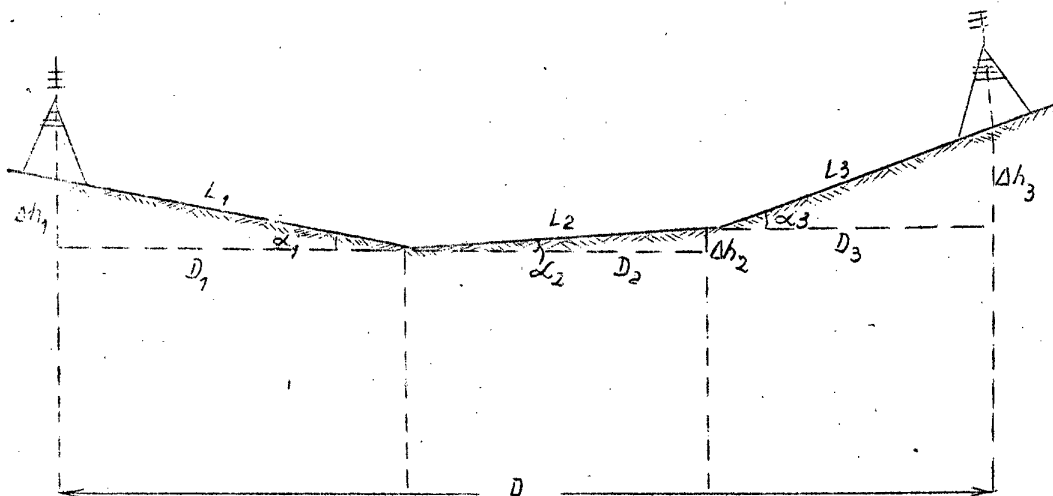


Fig.Nr. Reducerea la orizont a bazei de pantă neuniformă.

$$D_1 = L''_1 \cos \alpha_1$$

$$D_2 = L''_2 \cos \alpha_2$$

$$D_3 = L''_3 \cos \alpha_3$$

L''_1, L''_2 și L''_3 fiind lungimile segmentelor măsurate corectate căroră li s'a aplicat corecția de etalonare și corecția de temperatură.

$$D = D_1 + D_2 + D_3$$

Valorile naturale ale $\cos \alpha$ se iau cel puțin cu 6 zecimale.

b) Procedeul prin intermediul nivelmentului bazei

În loc de a măsura unghiurile de pantă, se măsoară prin nivelment geometric diferențele de nivel $\Delta h_1, \Delta h_2$ și Δh_3

$$D_1 = \sqrt{(L''_1)^2 - (\Delta h_1)^2}$$

$$D_2 = \sqrt{(L''_2)^2 - (\Delta h_2)^2}$$

$$D_3 = \sqrt{(L''_3)^2 - (\Delta h_3)^2}$$

$$D = D_1 + D_2 + D_3$$

Pentru a putea efectua reducerea bazei pe segmente este necesar ca toate segmentele să fie riguros în linie dreaptă, adică să nu avem frângeri.

Corecțiunile bazelor topografice, se aplică în ordinea următoare :

- Corecțiunea de etalonare (dacă este cazul)
- Corecțiunea de temperatură
- Corecțiunea de reducere la orizont

11. Măsurarea indirectă a bazelor. Baza frântă și baza scurtă.

= 106 =

Dacă nu se poate găsi pe teren o bază care să fie chiar una din laturile triangulației, se adoptă soluția de a măsura fie o bază frântă, fie o bază mai scurtă ca lungimea laturei de plecare a rețelei.

Lungimea acestei laturi se deduce prin calcul folosind baza și unghiurile măsurate în teren.

Baza frântă.

Când între punctele extreme ale laturei de plecare a triangulației sunt accidente topografice care împiedică măsurarea în linie dreaptă (teren înundat, albia unui râu sinuos, etc.) se măsoară o bază frântă.

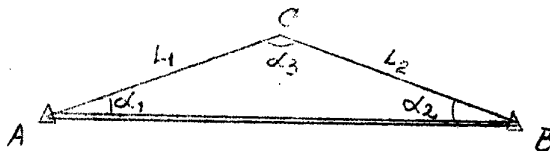


Fig.Nr.... Cazul bazei frânte.

Unghiurile α_1 , α_2 și α_3 se măsoară de cel puțin 4 ori cu luneta direct și peste cap (cel puțin 4 serii pentru fiecare poziție a lunetei) și se compensează în triunghiul ABC ($\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 200^\circ$). Frângerea (unghiurile α_1 și α_2) trebuie să fie de cel mult $2^\circ - 4^\circ$.

Lungimea adevărată AB se obține prin calcul, prin două procedee diferite și independente :

$$I \quad L_I = L_1 \cos \alpha_1 + L_2 \cos \alpha_2$$

$$II \quad L_{II} = \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2 L_1 \cdot L_2 \cos \alpha_3}$$

Ecartul celor două lungimi L_I și L_{II} trebuie să fie mai mic sau cel mult egal cu valoarea toleranței ($T_{metri} = 0,030 + 0,002 \sqrt{L}$ metri). In acest caz măsurătoarea este valabilă și lungimea definitivă a bazei este media celor două valori calculate :

$$L = \frac{L_I + L_{II}}{2}$$

Baza scurtă

Dacă din cauza accidentației terenului sau din alte cauze nu se poate măsura o bază care să fie chiar o latură a triangulației, se măsoară o bază aleasă într-o direcție cât mai perpendiculară pe una din laturile triangulației. Baza măsurată poate să fie mai scurtă ca laturile triangulației.

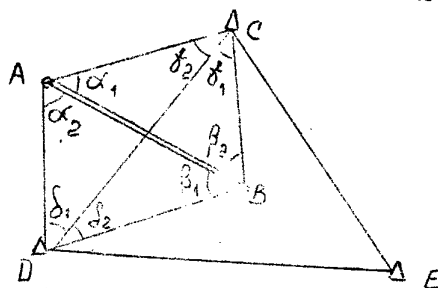


Fig. Nr.... Cazul bazei scurte.

./.

= 107 =

Capetele bazei devin puncte de triangulație și deci trebuiesc staționate.

Staționând în A, B, C și D se măsoară unghiurile $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2, \delta_1$ și δ_2 cu cel puțin 4 serii și se compensează în fiecare triunghi.

Calculul laturii triangulației CD se face prin două căi diferite, utilizându-se unghiuri diferite :

Aplicând teorema sinusurilor în triunghiurile ABC și ACD avem :

$$1) \frac{A C}{\sin \beta_2} = \frac{A B}{\sin (\gamma_1 + \gamma_2)}$$

$$2) \frac{A C}{\sin \delta_1} = \frac{C D}{\sin (\alpha_1 + \alpha_2)}$$

Impărțim 1) la 2) :

$$\frac{\sin \delta_1}{\sin \beta_2} = \frac{A B \sin (\alpha_1 + \alpha_2)}{C D \sin (\gamma_1 + \gamma_2)}$$

$$I. CD = \frac{\sin (\alpha_1 + \alpha_2) \sin \beta_2}{\sin (\gamma_1 + \gamma_2) \sin \delta_1} AB$$

Utilizând triunghiurile ABD și BCD avem :

$$1) \frac{B D}{\sin \alpha_2} = \frac{A B}{\sin (\delta_1 + \delta_2)}$$

$$2) \frac{B D}{\sin \gamma_1} = \frac{C D}{\sin (\beta_1 + \beta_2)}$$

Impărțim 1) la 2) :

$$\frac{\sin \gamma_1}{\sin \alpha_2} = \frac{A B \sin (\beta_1 + \beta_2)}{C D \sin (\delta_1 + \delta_2)}$$

$$II. CD = \frac{\sin (\beta_1 + \beta_2) \sin \alpha_2}{\sin (\delta_1 + \delta_2) \sin \gamma_1} AB$$

Diferența dintre valorile lui CD obținută cu formulele I și II trebuie să fie inferioară sau cel mult cu toleranța ($T_m = 0,030 + 0,002 \sqrt{L_m}$).

Dacă această condiție este îndeplinită, se ia media aritmetică a celor două valori obținute prin calcul:

$$CD = \frac{CD_I + CD_{II}}{2}$$

Între lungimea bazei scurte și lungimea laturei triangulației trebuie să existe un anumit raport. Baza măsurată nu poate să fie mai mică decât $1/4$ din latura triangulației.

= 108 =

Se recomandă însă ca lungimea bazei scurte să nu fie mai mare ca jumătate din latura rețelei. Rezultă că lungimea bazei măsurate trebuie să fie cuprinsă între 1/4 și 1/2 din lungimea laturei triangulației.

Exemplu de calculul bazei scurte

Baza măsurată AB = 575,68 m.

Unghiurile măsurate și compendate :

$$\begin{aligned} 1 &= 36^{\circ} 56' 82'' \\ 2 &= 69^{\circ} 80' 04'' \\ 1 &= 32^{\circ} 55' 30'' \\ 2 &= 110^{\circ} 11' 03'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &= 31^{\circ} 68' 34'' \\ 2 &= 21^{\circ} 63' 81'' \\ 1 &= 71^{\circ} 99' 33'' \\ 2 &= 25^{\circ} 65' 33'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CD_I &= \frac{\sin (1+2) \sin 2}{\sin (1+2) \sin 1} AB = \frac{\sin 106^{\circ} 36' 86'' \sin 110^{\circ} 11' 03''}{\sin 53^{\circ} 32' 15'' \sin 31^{\circ} 68' 34''} \times 575,68 \\ &= \frac{\cos 6^{\circ} 36' 86'' \cdot \cos 10^{\circ} 11' 03''}{\sin 53^{\circ} 32' 15'' \cdot \sin 31^{\circ} 68' 34''} \times 575,68 = \frac{0,995000 \times 0,987416}{0,743020 \times 0,904782} \times 575,68 \end{aligned}$$

$$CD_I = 841,318 \text{ m.}$$

$$\begin{aligned} CD_{II} &= \frac{\sin (1+2) \sin 2}{\sin (1+2) \sin 1} AB = \frac{\sin 142^{\circ} 66' 33'' \sin 69^{\circ} 80' 04''}{\sin 97^{\circ} 64' 66'' \sin 31^{\circ} 68' 34''} \times 575,68 \\ &= \frac{\cos 42^{\circ} 66' 33'' \cdot \sin 69^{\circ} 80' 04''}{\sin 97^{\circ} 64' 66'' \cdot \sin 31^{\circ} 68' 34''} \times 575,68 = \frac{0,783725 \times 0,889579}{0,997317 \times 0,477389} \times 575,68 \end{aligned}$$

$$CD_{II} = 841,306 \text{ m.}$$

Cercetăm dacă ecartul celor două valori CD_I și CD_{II} este inferior toleranței :

$$= 841,318 \text{ m.} - 841,304 \text{ m.} = 0,012 \text{ m.}$$

$$T = 0,030 + 0,002 \quad \text{Dmetri} = 0,030 + 0,002 \quad 841 = 0,030 + 0,002 \times 29$$

$$T = 0,088 \text{ m.}$$

$$0,012 \text{ m.} \quad 0,088 \text{ m.}$$

Măsurătoarea este deci valabilă.

Lungimea laturei de plecare pentru calculul triangulației (CD) este media aritmetică a celor 2 valori :

$$CD = \frac{CD_I + CD_{II}}{2} = \frac{841,318 \text{ m.} + 841,306 \text{ m.}}{2} = 841 \text{ m.} + 0,312 \text{ m.}$$

$$CD = 841,312 \text{ m.}$$

= 109 =

12. Baza de control (de închidere)

Într-o triangulație nu este suficient să se măsoare o singură bază de plecare. După un anumit număr de triunghiuri este obligatoriu să se măsoare o bază de control (de închidere).

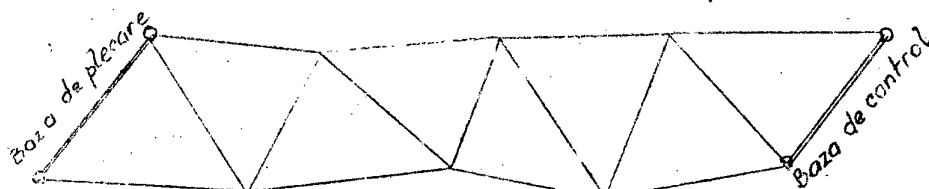


Fig. Nr. ... Baza de plecare și baza de control.

Condițiile bazei de control sunt :

1. Baza de control trebuie măsurată în același fel ca și baza de plecare, cu aceleași aparate și de același număr de ori, pentru a avea același etalon de comparație.

2. Se recomandă ca lungimea bazei de control să fie aceeași ca a bazei de plecare. În orice caz baza doua nu poate fi mai mică ca jumătate din lungimea bazei inițiale.

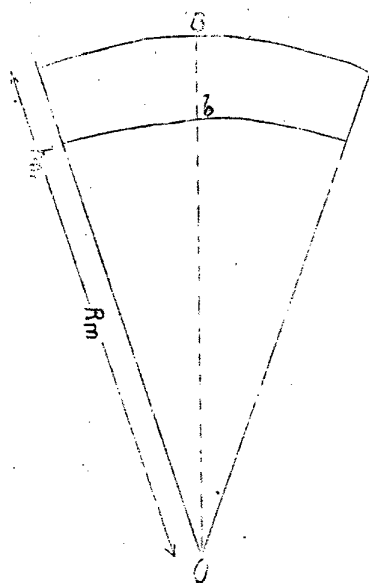
În cazul bazelor neegale, calculul laturilor triangulației se va începe de la baza mare și se va verifica pe baza mică.

3. Depărtarea mijlocie dintre cele două baze trebuie să fie în jur de 8-10 triunghiuri.

13. Reducerea bazelor geodezice la nivelul mării.

În general lanțurile geodezice se leagă între ele și se verifică unele pe altele. Dacă bazele respective s'ar afla la nivele deosebite, rezultatele măsurătorilor nu ar mai fi comparabile.

Rezultă deci că pentru a se putea compara și verifica bazele măsurate la intersectarea lanțurilor geodezice sau în alte puncte de control, toate bazele măsurate trebuie reduse la același nivel, și la nivelul mării.



B = baza măsurată
 b = baza redusă la nivelul mării
 h_m = media altitudinilor extremităților bazei.
 R_m = raza de curbură medie a pământului la latitudinea medie a bazei.

Fig. Nr. ... Reducerea bazei geodezice la nivelul mării.

$$= 110' =$$

Avem proporția evidentă :

$$\frac{b}{B} = \frac{R_m}{R_m + h_m}$$

$$b = \frac{R_m}{R_m + h_m} \cdot B = \frac{R_m + h_m - h_m}{R_m + h_m} \cdot B = \left[\frac{R_m + h_m}{R_m + h_m} - \frac{h_m}{R_m + h_m} \right] B = \left[1 - \frac{h_m}{R_m + h_m} \right] B$$

$$b = B - \frac{B \cdot h_m}{R_m + h_m}$$

$$b - B = - \frac{h_m}{R_m + h_m} B$$

Diferența dintre baza redusă la nivelul mării (b) și baza măsurată (B) reprezintă corecția de reducerea bazei geodetice la nivelul mării :

$$C = - \frac{h_m}{R_m + h_m} B$$

Această corecție este negativă.

Raza de curbură medie a pământului (R_m) la latitudinea medie a bazei este dată de relația :

$$R_m = \sqrt{N \cdot \rho} ,$$

în care N este normala secțiunii principale a suprafeței considerate și ρ raza de curbură a elipsei meridiene.

N și ρ variază cu latitudinea.

Raza de curbură medie a pământului se ia din tabele în funcție de latitudinea medie a bazei.

La valoarea mediei altitudinilor extremităților bazei (h_m) trebuie adăugată înălțimea la care s'a măsurat baza cu firul de invar (înălțimea reperilor mobili).

Corecția de reducere la nivelul mării nu se aplică bazelor de triangulație topografică.

Exemplu :

S'a măsurat o bază geodezică din 3 segmente la latitudinea medie $L_m = 43^\circ 34'$, găsindu-se următoarele valori :

$$B_1 = 1704,083908 \text{ m.}$$

$$B_2 = 1507,619671 \text{ m.}$$

$$B_3 = 1524,642478 \text{ m.}$$

= 111 =

au fost : Altitudinile medii ale extremităților segmentelor bazei

$$\begin{aligned} h_1 &= 225,51 \text{ m.} \\ h_2 &= 237,28 \text{ m.} \\ h_3 &= 247,13 \text{ m.} \end{aligned}$$

Înălțimea trepiedelor reperilor mobili = 1,25 m.

1. Se ia din tabelele lui Heyford raza de curbura medie a pământului la latitudinea medie a bazei. Cum tabelele din raza medie în funcție de latitudinea în grade centezimale, transformăm latitudinea $L_m = 43^{\circ}74'$ în centi :

$$43^{\circ}34' = 2614'$$

$$2614' \times \frac{100}{54} = \frac{261400}{54} = 48^{\circ}.40'74''$$

Din tabele calculăm prin interpolare pe R_m :

L°	R_m metri	Diferențe tabulare
48	6.377.002	
49	6.377.677	675

$$R_m = 6377002 + 4074'' \times 675 = 6377002 + 2749950 \cong 6.377.277 \text{ m.}$$

2. Altitudinile medii ale extremităților segmentelor bazei la înălțimea la care s'a întins firul de invar, sunt :

$$\begin{aligned} h'_1 &= h_1 + 1,25 \text{ m.} = 225,51 \text{ m.} + 1,25 \text{ m.} = 226,76 \text{ m.} \cong 227 \text{ m.} \\ h'_2 &= h_2 + 1,25 \text{ m.} = 237,28 \text{ m.} + 1,25 \text{ m.} = 238,53 \text{ m.} \cong 239 \text{ m.} \\ h'_3 &= h_3 + 1,25 \text{ m.} = 247,13 \text{ m.} + 1,25 \text{ m.} = 248,38 \text{ m.} \cong 248 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$3. C = - \frac{m}{R_m + h'} B.$$

$$\frac{h'_1}{R_m + h'_1} = \frac{227 \text{ m.}}{6.377.227 \text{ m.} + 227 \text{ m.}} = 0,0000355939$$

$$\frac{h'_2}{R_m + h'_2} = \frac{239 \text{ m.}}{6.377.227 \text{ m.} + 239 \text{ m.}} = 0,0000374754$$

$$\frac{h'_3}{R_m + h'_3} = \frac{248 \text{ m.}}{6.377.227 \text{ m.} + 248 \text{ m.}} = 0,0000388866$$

$$\begin{aligned} C_1 &= - 0,0000355939 \times 1704,083908 \text{ m.} = - 0,060655 \text{ m.} \\ C_2 &= - 0,0000374754 \times 1507,619671 \text{ m.} = - 0,056499 \text{ m.} \\ C_3 &= - 0,0000388866 \times 1524,642478 \text{ m.} = - 0,059288 \text{ m.} \end{aligned}$$

4^o x)

x) vezi la pag. 129. /.

= 112 =

5°. Lungimea totală a bazei redusă la nivelul mării, este:

$$b = b_1 + b_2 + b_3 = 1.704,023.253 + 1.507,363.172 + 1.524,523.110$$

$$b = 4.735,969.615 \text{ metri.}$$

14.- Precizia măsurătorilor bazei. Erori.

Măsurând o bază de un număr, oarecare de ori nu vom obține niciodată aceleași valori.

Ecart.

Presupunem că am măsurat o bază de "n" ori și am obținut valorile :

$$M_1, M_2, M_3 \dots \dots \dots M_n.$$

Se numește ecart elementar diferența dintre două din aceste valori, oricare ar fi ele :

$$\Delta = M_i - M_j$$

Ecarterul maxim este diferența dintre valoarea cea mai mare și cea mai mică obținută :

$$\Delta_{\max.} = M_{\max.} - M_{\min.}$$

Ca o măsurătoare să fie valabilă trebuie ca ecarterul maxim să fie mai mic ca toleranța admisă pentru măsurătoare :

$$\Delta_{\max.} < T$$

Greselile sunt operațiunile de măsurătoare în care ecarterul maxim depășește toleranța. Ele se datoresc operatorului (neatenție, necunoașterea teoriei, aparate nerectificate, etc.).

Măsurătoarea la care ecarterul maxim depășește toleranța trebuie reținută.

Erorile sunt mixele diferențe de valoare inerente măsurătorilor efectuate asupra aceleași mărimi și care nu depășesc o limită superioară admisibilă numită toleranță.

Cauzele producerii erorilor sunt :

- imperfecțiunea instrumentelor (erori instrumentale)
- imobilitatea, imperfecțiunea simțurilor sau oboseala operatorului (erori personale).
- perturbația și variația condițiilor atmosferice.

Erorile sunt de două feluri :

- erori sistematice
- erori accidentale.

Erorile sistematice

Erorile sistematice sunt acele erori care se produc după o lege constantă, având aceeași valoare și același sens.

Erorile sistematice sunt cele mai periculoase, ele cumându-se la operațiunile în serie. Însemnând cu "e" eroarea sistematică la o operațiune, la "n" operațiuni, vom avea o eroare "E" de n ori mai mare :

$$E = n \times e$$

Erorile sistematice la măsurarea bazelor triangulației topografice se datoresc :

- neetalonării exacte a panglicii
- variației temperaturii în timpul măsurătorii.
- întinderii panglicii cu o tensiune diferită de aceea de etalonare.

Erorile sistematice se pot elimina în cea mai mare parte corectând rezultatul măsurătorilor cu diferențele produse de dilatațiile și alungirile panglicii în timpul măsurătorii.

Erorile sistematice în măsurarea bazelor geodezice sunt :

- Eroarea datorită etalonului (precizia de etalonare a firului de invar este limitată de posibilitățile tehnice).
- Eroarea datorită gravitației (firul de invar fiind etalonat în Franța este supus în timpul etalonării intensității gravitației locului de etalonare).

Eroarea datorită diferenței de gravitație se elimină aplicând o corecție care se determină pentru fiecare fir astfel :

- Se calculează diferența de gravitație (Δg):

$\Delta g = G_{\text{etalon}} - G_{\text{bază}}$ (G_{etalon} = valoarea gravitației locului de etalonare ; $G_{\text{bază}}$ = valoarea gravitației locului bazei)

- Se știe că gravitația variază cu latitudinea locului.
- Se deduce variația de tensiune exprimată în grame corespunzătoare la 10 kg. (greutățile care întind firul) și apoi se deduc de aici variația de lungime a firului corespunzătoare acestei variații de tensiune.

Pentru firele de invar folosite la noi s'a calculat o variație totală de lungime de 0,00104 mm. corespunzătoare la o variație de 1 gram tensiune.

- Se calculează alungirea firului cu formula :

$$\Delta l = \Delta g \times 10.000 \text{ gr.} \times 0,00104 \text{ mm.} = 10,4 \times \Delta g \text{ mm.}$$

Pentru o bază situată în București Δl calculat este 0,00413 mm. Nu trebuie să subestimăm importanța acestei corecții din cauza micimei sale, căci ea se referă doar la lungimea unui fir (). Pentru o bază de 10 km. rezultă o corecție totală de 1,72 mm. care nu se poate în niciun caz neglija.

Erorile accidentale.

Erorile accidentale se datoresc unui complex de cauze, producându-se în aparență întâmplător, însă luate în ansamblu se supun legii probabilităților :

- O eroare accidentală are aceleași șanse de a se produce într'un sens sau altul (cu plus sau cu minus).

Dintr'un număr foarte mare de măsurători numărul erorilor cu "+" este aproximativ egal cu numărul erorilor cu "-".

- Erorile accidentale mici sunt mai frecvente.

Exemple de erori accidentale în măsurarea bazelor:

- eroarea de citire la panglică sau firul de invar (estimarea fracțiunilor de diviziuni); eroarea de citire a unghiurilor de pantă,
- eroarea datorită preciziei neprecise a temperaturii la care măsurăm,

- eroarea datorită fixării reperelor (care nu sunt necesar verticali) sau înfingării fișelor (încălnate când într'un sens, când în altul).

- eroarea datorită variației tensiunii de întindere a panglii (sensibilitatea dinamometrelor este limitată).

- eroarea datorită grosimii fișelor sau reperelor rigletelor, care nu sunt axe matematice.

Valoarea erorilor accidentale se reduce de către un operator *abil*, folosind aparate și metode cât mai precise, fără însă a fi posibil să fie înlăturate cu desăvârșire.

Măsurători de aceeași greutate.

Măsurătorile efectuate în aceleași condiții (aceleași metode, instrumente, operator, condiții de lucru), au aceeași importanță relativă una față de alta, fiind direct comparabile. Asemenea măsurători sunt de aceeași greutate.

Valoarea ce mai *probabilă* a unei măsurii, este media aritmetică "M" a rezultatelor măsurărilor efectuate ($M_1, M_2, \dots, M_n$):

$$M = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n}$$

cu condiția ca ecartul maxim să fie interior toleranței iar cele "n" măsurători să fie de greutate egală.

Ne apropiem de valoarea reală perfectă repetând măsurătoarea de un număr de ori. Există însă o limită superioară a numărului "n" de măsurători, dela care crescând pe "n" valoarea lui "M" nu se mai poate perfecționa.

Studiul erorilor accidentale.

Erorile accidentale sunt de două feluri:

- erori reziduale
- erori reale.

Erori reziduale

Erorile reziduale (V) sunt diferențele dintre media aritmetică (M) a rezultatelor măsurărilor efectuate asupra unei mărimi și fiecare dintre ele ($M_1, M_2, \dots, M_n$):

$$M - M_1 = \pm V_1$$

$$M - M_2 = \pm V_2$$

$$M - M_3 = \pm V_3$$

$$\vdots$$

$$M - M_n = \pm V_n$$

Valorile $V_1, V_2, \dots, V_n$ fiind erori accidentale pot avea semnul + sau -

Cu cât erorile reziduale sunt mai mici, cu atât măsurătoarea este mai precisă.

Teoria erorilor reziduale

$$= 11, =$$

este nulă. Teorema 1: Suma algebrică a erorilor reziduale

$$M - M_1 = \pm V_1$$

$$M - M_2 = \pm V_2$$

$$\vdots$$

$$M - M_n = \pm V_n$$

$$n M - (M_1 + M_2 + \dots + M_n) = \pm V_1 \pm V_2 \pm \dots \pm V_n$$

Impărțind egalitatea cu n avem :

$$M - \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n} = \frac{\pm V_1 \pm V_2 \pm \dots \pm V_n}{n}$$

Membrul întâi al egalității este nul, deoarece :

$$\frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n} = M$$

Rezultă :

$$\pm V_1 \pm V_2 \pm \dots \pm V_n = \sum (\pm V) = 0.$$

Sau adoptând notația lui Gauss :

$$\pm V_1 \pm V_2 \pm \dots \pm V_n = [V] = 0$$

Teorema 2: Suma pătratelor erorilor reziduale trece printr-un minim.

$$(M - M_1)^2 = (\pm V_1)^2$$

$$(M - M_2)^2 = (\pm V_2)^2$$

$$\vdots$$

$$(M - M_n)^2 = (\pm V_n)^2$$

$$(M - M_1)^2 + (M - M_2)^2 + \dots + (M - M_n)^2 = V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2$$

Sau după notația lui Gauss :

$$(\pm) (M - M_1)^2 + (M - M_2)^2 + \dots + (M - M_n)^2 = [V \cdot V]$$

Derivăm în raport cu variabila M:

$$2 (M - M_1) + 2 (M - M_2) + \dots + 2 (M - M_n) = 0$$

/.

= 116 =

Efectuând operațiunile și simplificând cu 2 avem :

$$n M - (M_1 + M_2 + \dots + M_n) = 0$$

Concluzie: Funcțiunea (f) trece printr'un minim deoarece derivata în raport de variabila M se anulează. Valoarea variabilei M care face ca funcțiunea (f) să fie minimă este dată de relația :

$$n M - (M_1 + M_2 + \dots + M_n) = 0$$

De unde :

$$M = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n}$$

Rezultă că suma pătratelor erorilor reziduale (f) este minimă - și deci erorile sunt minime - luând ca valoare a măsurării media aritmetică a rezultatelor măsurătorii. Cu alte cuvinte, media aritmetică este valoarea cea mai probabilă a măsurii noastre.

Eroarea medie pătratică a unei singure măsurători.

Pentru a ne da seama de eroarea medie (e_s) a unei singure măsurători nu putem lua media aritmetică $\frac{\sum (\pm V_i)}{n}$ care este zero (teorema 1), căci s'ar trage concluzia greșită că am măsurat fără greșală ($e_s = 0$).

Se înlătură această concluzie eronată eliminând semnele erorilor reziduale $\pm V_1, \pm V_2, \dots, \pm V_n$ prin ridicare la pătrat, adică se ia ca eroare medie e_s a unei singure măsurători :

$$e_s^2 = \frac{(\pm V_1)^2 + (\pm V_2)^2 + \dots + (\pm V_n)^2}{n} = \frac{[V \cdot V]}{n}$$

$$e_s = \pm \sqrt{\frac{[V \cdot V]}{n}}$$

Formula de mai sus nu se întrebunează din cauză că aplicând-o în cazul unei singure măsurători avem :

$$e_s = \pm \sqrt{\frac{[V \cdot V]}{n}} = \pm \sqrt{\frac{M_1 - M_1}{1}} = \pm \sqrt{\frac{0}{1}} = 0, \text{ rezultat fals.}$$

Pentru a include și eventualitatea unei singure măsurători transformăm formula și eroarea o notăm cu e_q :

$$e_q = \pm \sqrt{\frac{[V \cdot V]}{n-1}}$$

în care $[V \cdot V] = V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2$ și n = Numărul măsurătorilor.

În cazul unei singure măsurători avem :

$$e_q = \pm \sqrt{\frac{(M_1 - M_1)^2}{1-1}} = \frac{0}{0}, \text{ adică o nedeterminare, ceea ce corespunde faptului real că în acest caz nu putem stabili eroarea neavând termen de comparație.}$$

e_q poartă numele de eroarea medie pătratică a unei singure măsurători și ea este o medie a erorilor reziduale V.

= 117 =

Valoarea lui e caracterizează perfecțiunea măsurătorii noastre: cu cât e va fi mai mic, cu atât măsurătorile sunt mai bune și invers.

Criteriile relative pentru aprecierea măsurătorilor

1. Eroarea medie pătratică a unei singure măsurători trebuie să fie mai mică ca jumătatea toleranței :

$$e < \frac{T}{2}$$

2. Ecartul maxim trebuie să fie mai mic ca de trei ori valoarea erorii medii pătratice :

$$\Delta_{\max.} < 3 e$$

Măsurătoarea se consideră deci de o precizie dacă sunt satisfăcute cele două inegalități de mai sus, adică :

$$\frac{T}{2} > e > \frac{\Delta_{\max.}}{3}$$

Dacă aceste două inecuații sunt satisfăcute avem un criteriu în plus să apreciem ca bine efectuate măsurătorile noastre.

Valorile toleranțelor stabilite de caetale de caetale norme oficiale, sunt cel puțin duble celor obținute cu formula erorii pătratice.

Exemplu.

S-a măsurat o bază de triangulație de patru ori obținându-se următoarele rezultate, reprezentând lungimile elementare fără corecții :

$$\begin{array}{ll} L_1 = 1645,28 \text{ m.} & L_3 = 1645,22 \text{ m.} \\ L_2 = 1645,32 \text{ m.} & L_4 = 1645,25 \text{ m.} \end{array}$$

Este valabilă această măsurătoare ?

1. Cercetăm dacă ecartul maxim nu depășește toleranța

$$\Delta_{\max.} < T$$

$$\Delta_{\max.} = 1645,32 \text{ m.} - 1645,22 \text{ m.} = 0,100 \text{ m.}$$

$$T = (0,030 + 0,002 \sqrt{1645}) \text{ m.} = 0,111 \text{ m.}$$

$0,100 \text{ m.} < 0,111 \text{ m.}$, deci măsurătoarea este valabilă.

2. Pentru a avea un criteriu în plus că măsurătoarea a fost bine făcută trebuie să satisfacă dubla inecuație :

$$\frac{T}{2} > e > \frac{\Delta_{\max.}}{3}$$

Calculăm pe e , întocmind tabelul de mai jos :

Nr. mäs.	L_i	Media $\bar{L}$	$V_i - \bar{L}$ mm	V. V.	OBSERVAȚII
1		3	4	5	6
1	1645,230	1645,268	- 12 mm.	144	$e_g = \pm \sqrt{\frac{[V.V.]}{n-1}}$
2	1645,320	1645,268	- 52 mm.	2704	$e_g = \pm \sqrt{\frac{(5476)}{n-1}}$
3	1645,220	1645,268	+ 48 mm.	2304	$e_g = \pm 43 \text{ mm.}$
4	1645,250	1645,268	+ 18 mm.	324	

$$\sum (\pm V) = \pm 2 \text{ mm.} = [V.V.] = 5476$$

Inecuațiile de mai sus fiind satisfăcute, măsurătoarea este bine făcută.

Se trece la calculul corecțiilor bazei și la stabilirea valorii ei definitive.

Erori reale

Notând cu Z valoarea reală perfectă a unei mărimi, pe care nu o putem cunoaște, să facem diferențele dintre valoarea Z și fiecare din rezultatele măsurătorii :

$$Z - M_1 = \pm \epsilon_1$$

$$Z - M_2 = \pm \epsilon_2$$

$$Z - M_n = \pm \epsilon_n$$

Diferențele $\pm \epsilon_1, \pm \epsilon_2, \dots, \pm \epsilon_n$ se numesc erori reale.

Erorile reale nu le putem calcula pentru că nu putem cunoaște valoarea reală perfectă Z .

Erora de timp a mediei aritmetice.

Conform definiției avem :

$$Z - M_1 = \pm \epsilon_1$$

$$Z - M_2 = \pm \epsilon_2$$

$$Z - M_n = \pm \epsilon_n$$

Adunând fiecare membru avem :

$$n Z - (M_1 + M_2 + \dots + M_n) = \pm \epsilon_1 \pm \epsilon_2 \pm \dots \pm \epsilon_n$$

Impărțim cu n :

$$Z - \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n} = \frac{\epsilon_1 \pm \epsilon_2 \pm \dots \pm \epsilon_n}{n}$$

$$Z - M = \frac{\pm \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2 \pm \dots \pm \varepsilon_n}{n}$$

Valoarea $Z - M = \pm e_m$ se numește eroarea de temut a mediei aritmetice :

$$\pm e_m = Z - M$$

Eroarea de temut este o eroare accidentală și anume diferența între valoarea reală Z și valoarea mediei aritmetice M , pe care o substituim lui Z din cauza imposibilității de a cunoaște pe Z .

Dacă putem calcula pe e_m se pot cunoaște limitele în care în mod sigur se află valoarea reală Z , căci :

$$Z = M \pm e_m \text{ și deci } (M + e_m) > Z > (M - e_m)$$

Calculul lui e_m în funcție de numărul măsurărilor

$$Z - M = e_m = \frac{\pm \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2 \pm \dots \pm \varepsilon_n}{n}$$

Ridicăm la pătrat pentru a scăpa de semnele $\pm$:

$$e_m^2 = \frac{(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2) + 2(\pm \varepsilon_1 \varepsilon_2 \pm \varepsilon_1 \varepsilon_3 \pm \dots \pm \varepsilon_{n-1} \varepsilon_n)}{n^2}$$

Expresiunea $\pm \varepsilon_1 \varepsilon_2 \pm \varepsilon_1 \varepsilon_3 \pm \dots \pm \varepsilon_{n-1} \varepsilon_n$

poate fi considerată nulă, erorile accidentale având particularitatea de a alterna de semn astfel că suma produselor

$\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_{n-1} \varepsilon_n$, tinde către 0 pentru un număr relativ mare de măsurători.

Egalitatea devine :

$$e_m^2 = \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2}{n^2}$$

Notând după Gauss :

$$e_m^2 = \frac{[\varepsilon \varepsilon]}{n^2} \text{ și } e_m = \pm \frac{\sqrt{[\varepsilon \varepsilon]}}{n}$$

Această formulă este teoretică, fiind în funcție de erorile reale care nu sunt cunoscute.

Relațiunea dintre erorile reale și erorile de temut

$$= 120 =$$

erori reziduale

$$\pm V_1 = M - M_1$$

$$\pm V_2 = M - M_2$$

erori reale

$$\pm \varepsilon_1 = Z - M_1$$

$$\pm \varepsilon_2 = Z - M_2$$

$$\pm V_n = M - M_n \quad \pm \varepsilon_n = Z - M_n$$

Se observă că elementele comune sunt $M_1, M_2, \dots, M_n$.

Scoatem valorile $M_1, M_2, \dots, M_n$ din primul grup și le introducem în al doilea :

$$M_1 = M \pm V_1$$

$$M_2 = M \pm V_2$$

$$M_n = M \pm V_n$$

Introducând aceste valori în grupul al doilea obținem :

$$\pm \varepsilon_1 = Z - M \pm V_1$$

$$\pm \varepsilon_2 = Z - M \pm V_2$$

$$\pm \varepsilon_n = Z - M \pm V_n$$

Înlocuim $Z - M = e_m$:

$$\pm \varepsilon_1 = e_m \pm V_1$$

$$\pm \varepsilon_2 = e_m \pm V_2$$

$$\pm \varepsilon_n = e_m \pm V_n$$

Ridicăm la pătrat și adunăm :

$$\varepsilon_1^2 = (e_m \pm V_1)^2 = e_m^2 + V_1^2 \pm 2 e_m V_1$$

$$\varepsilon_2^2 = (e_m \pm V_2)^2 = e_m^2 + V_2^2 \pm 2 e_m V_2$$

$$\varepsilon_n^2 = (e_m \pm V_n)^2 = e_m^2 + V_n^2 \pm 2 e_m V_n$$

$$[\varepsilon, \varepsilon] = n e_m^2 + [V, V] \pm 2 e_m (\pm V_1 \pm V_2 \pm \dots \pm V_n)$$

./.

= 121 =

Termenul $(\pm V_1 \pm V_2 \pm \dots \pm V_n)$ este nul (suma algebrică a erorilor reziduale este egală cu 0):

$$a) [\xi \xi] = n \cdot e_m^2 + [V \cdot V]$$

Expresiunea lui e_m în funcție de numărul măsurărilor (formula teoretică) stabilită mai sus este :

$$e_m = \pm \frac{\sqrt{[\xi \xi]}}{n}$$

Ridicând la pătrat și punând în evidență pe $[\xi \xi]$:

$$e_m^2 = \frac{[\xi \xi]}{n^2}$$

$$b) [\xi \xi] = n^2 e_m^2$$

Comparând egalitățile (a) și (b) avem :

$$n e_m^2 + [V \cdot V] = n^2 e_m^2$$

$$n e_m^2 (n-1) = [V \cdot V]$$

$$e_m^2 = \frac{[V \cdot V]}{n(n-1)}$$

$$e_m = \pm \sqrt{\frac{[V \cdot V]}{n(n-1)}} = \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{[V \cdot V]}{n-1}}$$

Expresiunea eroarei medii pătratice a unei singure măsurători este :

$$e_q = \pm \sqrt{\frac{[V \cdot V]}{n-1}}$$

Înlocuind obținem expresiunea eroarei medii de temut e_m asupra mediei aritmetice în funcție de eroarea medie pătratică e_q a unei singure măsurători :

$$e_m = \pm \frac{1}{\sqrt{n}} e_q$$

Valoarea lui e_m ne arată cât de aproape de valoarea reală Z este media aritmetică M pe care noi am substituit-o valorii reale Z , adică ne dă indicații asupra preciziei măsurătorii.

Exemplu :

S'a măsurat o bază de 4 ori și s'a calculat :

- Media aritmetică a rezultatelor celor 4 măsurători = 1645,268 m.

- $e_q = \pm 43$ mm.

Ecartul maxim fiind inferior toleranței și fiind satisfăcute și inecuațiile $e_q < \frac{T}{2}$ și $\frac{\Delta_{\max.}}{3} < e_q$, măsurătoarea este valabilă.

$$= 122 =$$

Care este eroarea accidentală maximă de temut a mediei aritmetice ?.

$$e_m = \pm \frac{1}{\sqrt{n}} e_q = \pm \frac{1}{\sqrt{4}} 43 \text{ mm.} = \pm 22 \text{ mm.}$$

Aceasta înseamnă că valoarea reală Z a bazei este cuprinsă între limitele :

$$M + e_m > Z > M - e_m.$$

$$(1645,268 + 0,022) \text{ m} > Z > (1645,268 - 0,022) \text{ m}$$

$$1645,290 \text{ m.} > Z > 1645,246 \text{ m.}$$

Pro pagarea erorilor accidentale. Erori totale.

Presupunem că am măsurat o bază L compusă din n segmente, adică $L = l_1 + l_2 + \dots + l_n$ și că aceste segmente sunt diferite ($l_1 \neq l_2 \neq \dots \neq l_n$).

Măsurând fiecare din cele n segmente de n ori, fie medii pătratice comise asupra lungimilor diferite $l_1, l_2, \dots, l_n$.

Se demonstrează că eroarea totală E comisă la măsurarea lungimii L este egală cu rădăcina pătrată a sumei pătratelor erorilor parțiale comise la fiecare din părțile componente ale cantității totale, dacă măsurătorile sunt de egală greutate :

$$E = \pm \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2}$$

Dacă lungimea L este rezultată din diferența a două cantități $l' - l''$ formula se menține.

Exemplu :

S'a măsurat o bază din 3 segmente fiecare segment măsurându-se de 4 ori și s'au calculat erorile medii pătratice, ale unei singure măsurători și erorile de temut ale mediei aritmetice pentru fiecare segment în parte :

$$- e_{q1} = \pm 32 \text{ mm.}$$

$$- e_{m1} = \pm 16 \text{ mm.}$$

$$- e_{q2} = \pm 4 \text{ mm.}$$

$$- e_{m2} = \pm 21 \text{ mm.}$$

$$- e_{q3} = \pm 25 \text{ mm.}$$

$$- e_{m3} = \pm 13 \text{ mm.}$$

Care este eroarea medie pătratică a unei singure măsurători și eroarea de temut a întregii baze ?

$$e_{q \text{ totală}} = \pm \sqrt{e_{q1}^2 + e_{q2}^2 + e_{q3}^2} = \pm \sqrt{(32)^2 + (4)^2 + (25)^2} = \pm 39 \text{ mm.}$$

$$e_{m \text{ totală}} = \pm \sqrt{e_{m1}^2 + e_{m2}^2 + e_{m3}^2} = \pm \sqrt{(16)^2 + (21)^2 + (13)^2} = \pm 29 \text{ mm.}$$

x) erorile

= 123 =

Eroarea totală în funcție de eroarea elementară a etalonului.

Să presupunem că lungimea măsurată L se compune din mai multe cantități egale $l = l' = \dots = l^n = l$, în care l este unitatea de măsură (cum ar fi de exemplu panglica de 50 m.).

În acest caz avem :

$$e_1 = e_2 = \dots = e_n = e_u \quad (e_u \text{ este eroarea la unitate}).$$

Expresiunea erorii totale devine :

$$E_t = \pm \sqrt{n e_u^2}, \text{ sau :}$$

$$E_t = \pm e_u \sqrt{n}$$

Eroarea totală pe întreaga lungime nu este deci cum s'ar părea $E_t = \pm n \cdot e_u$ ci $E_t = \pm e_u \sqrt{n}$.

Exemplu:

S'a măsurat o bază lungă de 2500 m. cu o panglică de 50 m.

Experimental s'a stabilit că, luându-se precauțiuni speciale, eroarea accidentală maximă admisibilă la fiecare așezare a panglicii (la fiecare panou) este 7 mm.

Care este eroarea medie a măsurătorii bazei ?

$$E_t = \pm e_u \sqrt{n} = \pm 7 \text{ mm.} \sqrt{\frac{2500}{50}} = \pm 7 \text{ mm.} \sqrt{50} = \pm 49 \text{ mm.}$$

Eroarea pe unitate în funcție de eroarea totală.

$$E_t = \pm e_u \sqrt{n}$$

$$e_u = \pm \frac{E_t}{\sqrt{n}}$$

Exemplu:

Măsurându-se cu o panglică de 50 m. o bază lungă de 2500 m., compusă din 4 segmente măsurate fiecare de 3 ori, s'a calculat eroarea medie pătratică a unei singure măsurători a întregii baze :

$$e_{q \text{ totală}} = 63 \text{ mm.}$$

Știind că eroarea maximă admisibilă pentru fiecare panou (50 m.) este $\pm 7 \text{ mm.}$, cere să se verifice dacă măsurătoarea este bună.

$$e_u = \pm \frac{e_{q \text{ totală}}}{\sqrt{n}} = \pm \frac{63 \text{ mm.}}{\sqrt{\frac{2500}{50}}} = \pm \frac{63 \text{ mm.}}{\sqrt{50}} = \pm \frac{63 \text{ mm.}}{7} = \pm 9 \text{ mm.} > 7 \text{ mm.}$$

Eroarea pe panou fiind mai mare ca eroarea maximă admisibilă, rezultă că măsurătoarea nu este bună.

= 124 =

Măsurători de greutate diferită

Dacă măsurătorile asupra uneia și aceleași cantități nu s'au efectuat în condiții identice (nu s'au făcut de același număr de ori, cu același instrument și același operator, întrebuințând aceeași metodă și în aceleași condiții naturale), rezultatele măsurătorii nu au aceeași valoare relativă și nu pot fi socotite egal îndreptățite a face parte din media pe care noi trebuie să o calculăm.

Presupunem că s'a efectuat o măsurătoare asupra unei cantități în mai multe zile succesive, în condițiuni de măsurătoare egale.

În prima zi s'a măsurat de p_1 ori și a rezultat o medie M_1 .

A doua zi s'a măsurat de p_2 ori și a rezultat o medie M_2 .

În a n-a zi s'a măsurat de p_n ori și a rezultat o medie M_n .

Valorile $M_1, M_2, \dots, M_n$ nu mai sunt direct comparabile deoarece $p_1 \neq p_2 \neq \dots \neq p_n$.

Media valorilor $M_1, M_2, \dots, M_n$ se calculează în acest caz ca medie aritmetică balansată, atribuind fiecăruia din valorile $M_1, M_2, \dots, M_n$ o greutate diferită.

Se demonstrează că media aritmetică balansată (ponderată) este dată de formula :

$$M = \frac{p_1 M_1 + p_2 M_2 + \dots + p_n M_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

Greutatea (ponderea) observațiilor și determinărilor este un coeficient care reprezintă valoarea sau importanța practică relativă a mai multor măsurători.

În cazul de față s'a luat ca unitate de pondere o măsurătoare a cantității și dacă valoarea M_1 a fost determinată prin p_1 măsurători ponderea s'a luat p_1 , etc.

Nu întotdeauna ponderea este reprezentată prin numărul măsurătorilor.

Exemplu:

Determinându-se altitudinea unui punct P prin 4 drumuri de nivelment geometric plecând din punctele de altitudine cunoscută a, b, c, și d s'au obținut pentru punctul P următoarele cote :

- din drumuirea a P : $HP_a = 195,360 \text{ m.}$
- din drumuirea b P : $HP_b = 195,378 \text{ m.}$
- din drumuirea c P : $HP_c = 195,379 \text{ m.}$
- din drumuirea d P : $HP_d = 195,357 \text{ m.}$

./.

Cele 4 drumuri de nivelment sunt făcute în condiții egale din toate punctele de vedere, însă :

- drumuirea aP	are lungimea Da	= 2837 m
- " bP	" " Db	= 1321 m.
- " cP	" " Dc	= 375 m
- " dP	" " Dd	= 3866 m.

Eroarea de determinare într'un nivelment geometric crește proporțional cu rădăcina pătrată a distanței și deci altitudinile determinate pornind din a, b, c și d au greutăți diferite.

Greutatea este cu atât mai mare cu cât eroarea este mai mică. Eroarea crescând cu rădăcina pătrată a distanței ($\sqrt{L}$) vom lua ca greutate $\frac{1}{\sqrt{L}}$ și anume :

$$- p_a = \frac{1}{\sqrt{L}} = \frac{1}{\sqrt{2837}} = 0,019$$

$$- p_b = \frac{1}{\sqrt{L}} = \frac{1}{\sqrt{1321}} = 0,028$$

$$- p_c = \frac{1}{\sqrt{L}} = \frac{1}{\sqrt{375}} = 0,053$$

$$- p_d = \frac{1}{\sqrt{L}} = \frac{1}{\sqrt{3866}} = 0,016$$

Altitudinea punctului P va fi media aritmetică ponderată :

$$HP = \frac{p_a \cdot HP_a + p_b \cdot HP_b + p_c \cdot HP_c + p_d \cdot HP_d}{p_a + p_b + p_c + p_d}$$

$$HP = 195 \text{ m.} + \frac{0,019 \times 0,360 \text{ m.} + 0,028 \times 0,378 \text{ m.} + 0,053 \times 0,379 \text{ m.} + 0,016 \times 0,357}{0,019 + 0,028 + 0,053 + 0,016}$$

$$HP = 195 \text{ m.} + 0,373 \text{ m.} = 195,373 \text{ m.}$$

Dacă am fi calculat altitudinea punctului P ca o medie aritmetică simplă ar fi rezultat P

$$HP = \frac{HP_a + HP_b + HP_c + HP_d}{4} = 195 \text{ m.} + \frac{0,360 \text{ m.} + 0,378 \text{ m.} + 0,379 \text{ m.} + 0,357}{4}$$

$$HP = 195,369 \text{ m.}$$

Probabilitatea erorilor. Eroarea probabilă.

Probabilitatea matematică a producerii unui eveniment
= $\frac{\text{numărul cazurilor favorabile.}}{\text{numărul cazurilor posibile.}}$

Certitudinea producerii unui eveniment este exprimată prin probabilitatea maximă = 1.

./.

Incertitudinea matematică are *probabilitatea* 0.

Probabilitatea producerii unui eveniment (și al erorilor deci) variază între 0 și 1.

Se demonstrează că probabilitatea producerii erorilor pozitive este egală cu a producerii erorilor negative și că probabilitatea producerii erorilor mici este mare și invers.

Eroarea probabilă (E_p).

Eroarea probabilă este acea eroare față de valoarea căreia oricare eroare comisă la măsurătoare uneia și aceleași cantități, are o probabilitate egală de a fi mai mare sau mai mică.

Dintr'un număr mare de erori rezultate din măsurătoare asupra aceleași cantități, eroarea probabilă are o astfel de valoare încât numărul erorilor mai mari ca ea este egal cu numărul erorilor mai mici ca ea.

Probabilitatea de a comite o eroare inferioară eroarei probabile este $\frac{1}{2}$. Deasemenea probabilitatea de a comite o eroare superioară $\frac{1}{2}$ eroarei probabile este $\frac{1}{2}$.

Eroarea probabilă nu este deci cum s'ar crede eroarea care are șansa cea mai mare de a se produce.

Se demonstrează că între eroarea medie pătratică a unei singure măsurători (e_q) și eroarea probabilă a unei singure măsurători ($E_{p,q}$) există relațiunea :

$$E_{p,q} \approx \pm \frac{2}{3} e_q$$

La o măsurătoare eroarea finală care ne interesează este eroarea de temut a mediei aritmetice (e_m). Când caracterizăm precizia unei măsurători ne referim la eroarea probabilă a lui e_m :

$$E_{p,m} \approx \pm \frac{2}{3} e_m$$

Eroarea probabilă accidentală relativă. Precizia măsurătorilor.

Eroarea accidentală care caracterizează precizia finală a ansamblului măsurătorilor efectuate asupra uneia și aceleași mărimi este eroarea probabilă a mediei aritmetice care se adaptează la valoarea cea mai probabilă a mărimii măsurate.

Dacă M este mărimea măsurată se numește eroare relativă sau precizia măsurătorii raportul $\frac{P}{M}$

$$P = \frac{E_{p,m}}{M} \approx \pm \frac{2}{3} \frac{e_m}{M} = \pm \frac{2}{3} \frac{\sqrt{\frac{[v.v]}{n(n-1)}}}{M}$$

Precizia P se pune de obicei sub forma unei fracții cu numărătorul 1, iar numitorul arată de câte ori $E_{p,m}$ se cuprinde în cantitatea totală M, adică

$$P = \frac{1}{\frac{M}{E_{p,m}}}$$

Aceasta înseamnă că dacă am face încă o măsurătoare a lungimei bazei, această nouă valoare are șanse egale de a fi cuprinsă în intervalul $L + E$ și $L - E$ (1645,268+15 mm) și (1645,268 - 15 mm) sau în oricare al acestui interval.

Care este eroarea accidentală probabilă relativă a măsurătorilor bazei ?

$$P = \frac{\pm E_{pm}}{L} = \frac{\pm 15 \text{ mm}}{1645,268 \text{ m}}$$

Care este precizia măsurătorii bazei ?

x) E_{pm}

In cazul unei mărimi compusă din suma mai multor mărimi, adică $M = M_1 + M_2 + \dots + M_n$, eroarea probabilă totală a mediei aritmetice este dată de relația :

$$E_{pm \text{ totală}} = \pm \sqrt{(E_{pm1})^2 + (E_{pm2})^2 + \dots + (E_{pmn})^2}$$

în care $E_{pm1}, E_{pm2}, \dots$ sunt erorile probabile ale mediei aritmetice a mărimilor $M_1, M_2, \dots, M_n$ care au fost măsurate de n_1, n_2, n_n ori.

Eroarea relativă a întregii mărimi este :

$$P = \frac{E_{pm \text{ totală}}}{M}$$

$$P = \frac{1}{\left(\frac{L}{\pm E_{pm}} \right)} = \frac{1}{\frac{1645,268 \text{ m.}}{15 \text{ mm}}} = \frac{1}{\frac{1645,268 \text{ m.}}{15 \text{ mm}}} \approx \frac{1}{110.000}$$

NOTA

Legile erorilor accidentale sunt în general aceleași și se aplică oricărei mărimi măsurate (distanțe, unghiuri, etc.)

Iată câteva exemple de erori accidentale în măsurarea unghiurilor :

- eroarea de diviziune a gradajilor limbului
- eroarea datorită excentricității alidadei
- eroarea de fază la punctarea semnalelor, care depinde de poziția soarelui față de semnal și față de stație.
- etc.

Precizia măsurătorilor bazelor de triangulație topografică.

Precizia bazelor triangulației de ordinul IV. și V. este de ordinul $\frac{1}{100.000}$

Precizia măsurătorilor bazelor geodezice

Precizia de etalonare a firului de invar este 0,02 mm. Lungimea firului fiind 24.000 mm. rezultă o precizie la măsurătoarea bazelor geodezice de :

$$P = \frac{0,02 \text{ mm}}{24.000 \text{ mm}} = \frac{1}{1.200.000} \approx \frac{1}{1.000.000}$$

Se demonstrează că deviația datorită defectului de aliniere poate să meargă până la 4 cm. pentru un panou (24 m) fără a avea diferențe sensibile.

Pentru 1 cm. deviație pe 24 m., eroarea este $\frac{1}{11.000.000}$

deci practic nulă.

Concluzie: precizia minimă a măsurătorilor bazelor cu firul de invar este $\frac{1}{1.000.000}$.

Exemple de precizia măsurării bazelor geodezice

- Baza dela Paris : $\frac{1}{1.000.000}$
- Baza din Delta Dunării măsurată de Serviciul Hidrografic Român (9461 metri) : $\frac{1}{1.240.000}$
- Baza dela Tatar Bunar (11.423 metri) : $\frac{1}{9.000.000}$

Aceasta este cea mai mare precizie realizată.

= 120 =

15. Durata măsurării unei baze cu firul invar.

Durata măsurării depinde de firul de invar întrebuințat.

La noi se întrebuințează firul de 24 metri. În U.R.S.S. este utilizat firul de 48 m., cu greutatea de tensiune duble (20 kg. ± 20 gr.).

În U.R.S.S. s'a măsurat o bază de 7600 m.:

- cu firul de 24 m. în 31 ore și 54 minute.
- cu firul de 48 m. în 20 ore și 45 minute.

În medie se realizează, cu firul de 24 m., circa 250 m. de bază pe oră cu personal experimentat.

Ing. A. Mihail

x) dela pag. III:

40. Segmentele bazei reduse la nivelul mării vor fi:

$$b = B - C$$

$$b_1 = 1704,083908 \text{ m} - 0,060655 \text{ m} = 1704,023253 \text{ m}$$

$$b_2 = 1507,619671 \text{ m} - 0,056499 \text{ m} = 1507,363172 \text{ m}$$

$$b_3 = 1524,646478 \text{ m} - 0,059288 \text{ m} = 1524,583190 \text{ m}$$

Se vede că segmentele bazei s'au redus cu 5 și 6 cm.

Redactor: Galeriu Victor
Corectat: Anghel Nicolae.

...

TABLA DE MATERII

Volumul I

	pag.
Introducere	1
Partea I. Nivelment	
Cap.I. Definiții, scop, clasificare	7
Cap.II. Nivelment trigonometric.	13
Intre două puncte apropiate	13
Intre două puncte îndepărtate	23
Metoda drumuirii	29
Metoda radierii	31
Aparatură	39
Cap.III. Nivelment geometric	45 bis
Metoda prin drumuire	47
Metoda prin radiere	50
Metoda combinată	51
Clasificare	53
Erori	56
Aparatură	59
Cap.IV. Nivelment dinamic	63
Cap.V Nivelment fotogrametric	66
Cap.VI. Nivelment barometric	67
Cap.VII. Nivelment prin radar	70
Cap.VIII. Reprezentarea formelor de teren	71
Cap.IX. Nivelment nautic și hidraulic.	77
Cap.X. Nivelment minier	77
Partea II. Triangulație și geodezie lucrări pregătitoare și teren.	
Generalități și definiții.	78
Cap.I Lucrări pregătitoare	80
Cap.II Lucrări de teren	88
Determinări astronomice și gravimetrice	96
Măsurătoarea bazei	97
Precizia măsurătorii bazei și erori	112

Nota : Prezentul curs a fost predat în cadrul școlii de perfecționare Geodezică - Topografică, între 1 Decembrie 1952 - 1 Martie 1953, de către ing. Alexandru Mihail.

STAT

Page Denied